



JASP

STATISTIČKA ANALIZA U JASP PROGRAMU: VODIČ ZA STUDENTE



STATISTIČKA ANALIZA U JASP PROGRAMU: VODIČ ZA STUDENTE

Naslov originala:

STATISTICAL ANALYSIS IN JASP: A GUIDE FOR STUDENTS (2nd Edition JASP v0.10.2 July 2019)

Autor: Mark A. Goss-Sampson

© Prevod na srpski jezik, 2020

Preveo i prilagodio dr Predrag Teovanović, docent na Fakultetu za specijalnu edukaciju i rehabilitaciju, Univerziteta u Beogradu. Visokog Stevana 2, 11000 Beograd.

© Mark A. Gos-Sampson, 2019

DOI: 10.6084/m9.figshare.9980744

Licenca CC BY 4.0

Sva prava su zadržana. Ova knjiga kao i njeni delovi se ne smeju umnožavati ili koristiti na bilo koji način bez pisane saglasnosti autora izuzev za svrhe istraživanja, obrazovanja ili ličnog usavršavanja.



SADRŽAJ

PREDGOVOR AUTORA	1
PREDGOVOR PREVODIOLA	2
KORIŠĆENJE JASP OKRUŽENJA	3
RUKOVANJE PODACIMA U JASP-u	8
JASP MENI ZA ANALIZE	11
DESKRIPTIVNA STATISTIKA.....	13
PROVERA ISPRAVNOSTI PODATAKA	22
TRANSFORMACIJA PODATAKA.....	30
VELIČINA EFEKTA.....	34
T-TEST ZA JEDAN UZORAK.....	36
BINOMNI TEST.....	39
MULTINOMNI TEST	42
UNIVARIJATNI HI-KVADRAT TEST.....	44
MULTINOMNI TEST I UNIVARIJATNI HI-KVADRAT TEST.....	45
POREĐENJE DVE NEZAVISNE GRUPE	46
T-TEST ZA NEZAVISNE UZORKE	46
MAN-VITNIJEV U TEST.....	50
POREĐENJE DVE ZAVISNE GRUPE	52
T-TEST ZA ZAVISNE UZORKE	52
VILKOKSONOV TEST EKVIVALENTNIH PAROVA.....	55
KORELACIONA ANALIZA	57
REGRESIJA	63
JEDNOSTRUKA REGRESIJA.....	66
VIŠESTRUKA REGRESIJA	69
LOGISTIČKA REGRESIJA	75
POREĐENJE VIŠE OD DVE NEZAVISNE GRUPE.....	80
JEDNOFAKTORSKA ANOVA ZA NEZAVISNE UZORKE	80
KRASKAL-VOLISOV H TEST.....	86
POREĐENJE VIŠE OD DVE ZAVISNE GRUPE	89
JEDNOFAKTORSKA ANOVA ZA ZAVISNE UZORKE.....	89
FRIDMANOV TEST ZA PONOVLJENA MERENJA.....	95
POREĐENJE NEZAVISNIH GRUPA I EFEKTI KOVARIJATA	97



ANALIZA KOVARIJANSE (ANCOVA).....	97
DVOFAKTORSKA ANALIZA VARIJANSE ZA NEPONOVLJENA MERENJA	104
DVOFAKTORSKA ANOVA ZA PONOVLJENA MERENJA.....	110
MEŠOVITA ANOVA	116
BIVARIJATNI HI-KVADRAT TEST.....	123
NACRTI ISTRAŽIVANJA I ODGOVARAJUĆI FORMAT PODATAKA U EKSELU ZA UVOD U JASP	129
T-test za nezavisne uzorke	129
T-test za zavisne uzorke	130
Korelacija.....	131
Logistička regresija.....	133
Jednofaktorska ANOVA za nezavisne grupe	134
Jednofaktorska ANOVA za ponovljena merenja	135
Dvofaktorska ANOVA za neponovljena merenja	136
Dvofaktorska ANOVA za ponovljena merenja	137
Dvofaktorska mešovita ANOVA	138
Hi-kvadrat – Tabele kontigencije	139
NEKI KONCEPTI FREKVENTISTIČKE STATISTIKE	140
KOJI TEST TREBA KORISTITI?	144
Poređenje jednog uzorka sa poznatim ili prepostavljenim populacionim prosekom	144
Ispitivanje povezanosti između dve ili više varijabli	144
Predviđanje ishoda	145
Testiranje razlika između dve nezavisne grupe	145
Testiranje razlike između dve povezane grupe.....	146
Testiranje razlika između tri ili više nezavisnih grupa.....	146
Testiranje razlika između tri ili više povezanih grupa	147
Test interakcije između dve ili više nezavisnih varijabli.....	147



PREDGOVOR AUTORA

JASP (izgovara se "džesp") je skraćenica za **Jeffrey's Amazing Statistics Program** (Džefrijev neverovatni statistički program) koji je tako nazvan u čast pionira bejzijanskog zaključivanja, ser Herolda Džefrija. JASP je u potpunosti **besplatan** multi-platformski statistički paket sa otvorenim kodom, koji je razvila i koji i dalje unapređuje (trenutno aktuelna verzija 0.10.2 iz jula 2019. godine) grupa istraživača sa Univerziteta u Amsterdamu. Cilj autora je bio da naprave besplatan program sa otvorenim kodom i jednostavnim i intuitivnim korisničkim okruženjem koji uključuje kako standardne, tako i napredne statističke tehnike.

Za razliku od nekih drugih paketa, JASP se može pohvaliti jednostavnim korisničkim okruženjem u kojem se komande mogu zadavati i pomoću prevlačenja (eng. drag and drop). JASP se odlikuje lako dostupnim menijima i intuitivnim analizama čiji se rezultati izračunavaju i prikazuju u realnom vremenu. Sve tabele i grafikoni su dati u APA formatu i mogu se direktno kopirati i/ili nezavisno sačuvati. Pored toga, tabele se iz JASP-a mogu izvesti i u LaTex formatu.

JASP je može besplatno preuzeti na adresi <https://jasp-stats.org/> gde su dostupne verzije za Windows, Mac OS X i Linux okruženje. Takođe je moguće preuzeti i preinstaliranu Windows verziju koja se pokreće direktno sa USB-a ili eksternog hard diska bez potrebe za lokalnim instaliranjem. WIX installer za Windows omogućava izbor putanje za instalaciju programa, za šta treba imati administrativna ovlašćenja.

Program uključuje i biblioteku sa podacima sa inicijalnom kolekcijom od 50 baza podataka iz knjige Endija Filda *Discovering Statistics using IBM SPSS statistics*¹ i *The Introduction to the Practice of Statistics*² čiji su autori Mur, Mekejb i Krejg.

Počevši od maja 2018, JASP je moguće pokrenuti i direktno iz veb braузera putem aplikacije rollApp™ (<https://www.rollapp.com/app/jasp>). Međutim, treba imati u vidu da na ovaj način pokrenuta verzija programa možda nije poslednja dostupna.

Na JASP sajtu se mogu pronaći regularni apdejtovi kao i veoma korisni video sadržaji i blog postovi!

Tekst pred vama predstavlja kolekciju samostalnih izvoda koji pokrivaju najčešće korišćene standardne statističke analize koje koriste studenti u društvenim (ali i drugim, npr. biološkim) naukama. Baze podataka koje se koriste u ovom priručniku mogu se preuzeti sa adrese <https://osf.io/bx6uv/>.

Dr Mark Gos-Sampson
Centar za nauku i medicinu u sportu
Univerzitet u Grinviču
2019

¹ Field, A. (2017). *Discovering Statistics Using IBM SPSS Statistics* (5th Ed.). SAGE Publications.

² Moore, D., McCabe, G., & Craig, B. (2011). *Introduction to the Practice of Statistics* (7th Ed.). W. H. Freeman.



PREDGOVOR PREVODIOCA

JASP nastaje 2014. godine sa namerom da korisnicima statističkih programa omogući da na intuitivan način analiziraju podatke, te da u realnom vremenu dobiju rezultate ovih analiza u APA formatu. Pored prilično obuhvatnog seta deskriptivnih analiza, JASP danas uključuje i većinu statističkih testova, kao i neke naprednije statističke metode, i to ne samo u tradicionalnom (tzv. frekventističkom), već i u bejzijanskom okviru koji u poslednje vreme sve više dobija na popularnosti. JASP pravi i izvesne tehničke iskorake u odnosu na standardne pakete, nudeći opcije kao što su brza provera ispunjenosti pretpostavki za primenu testa, izrada atraktivnih grafikona, dinamičko ažuriranje rezultata nakon izmene podataka, precizno imenovanje statistika, anotiranje rezultata, itd. Povrh svega, JASP je besplatan program sa otvorenim kodom koji se stalno razvija, te rastućom zajednicom korisnika, istraživača, programera i predavača. Preuzimanje programa sa internet stranice je lako, instalacija jednostavna i neopterećena tehničkim i, što je značajnije - finansijskim pitanjima licenciranja softvera.

Kao i sam softver, priručnik *Statistička analiza u JASP programu: Vodič za studente* autora Marka Gos-Sampsona besplatan je za nekomercijalnu upotrebu. Priručnik se bavi praktičnim aspektima obrade podataka i predstavlja strukturisani vodič kroz gotovo sve statističke tehnike koje istraživači u društvenim naukama koriste. U tom smislu, priručnik je komplementaran udžbenicima koji obrađuju teorijske osnove deskriptivne i inferencijalne statistike. Iako prevashodno namenjen studentima koji se tek obučavaju da samostalno izvode statističke analize, on može sasvim dobro poslužiti i iskusnijim istraživačima. Priručnik prati i repozitorijum baza podataka koje se koriste za demonstraciju analiza.

Priručnik se sastoji od pet celina. U okviru prve, autor nas upoznaje sa osnovama JASP programa. Druga celina predstavlja sržni aspekt priručnika i obuhvata detaljan prikaz načina izvođenja statističkih analiza, tumačenja ispisa i izveštavanja o rezultatima. Izvesna ponavljanja sadržaja u okviru ove celine u službi su lakšeg snalaženja čitaoca koji priručnik može koristiti i "na delove", prema trenutnim potrebama. U okviru treće celine su prikazani modeli dizajniranja baza podataka u zavisnosti od tipa istraživačkog nacrta. Četvrta celina predstavlja kratak pregled konceptualnih osnova klasične statističke metodologije, dok je peta ponovo posvećena praktičnim pitanjima i bavi se izborom odgovarajućeg statističkog testa u zavisnosti od istraživačkog pitanja i vrste prikupljenih podataka.

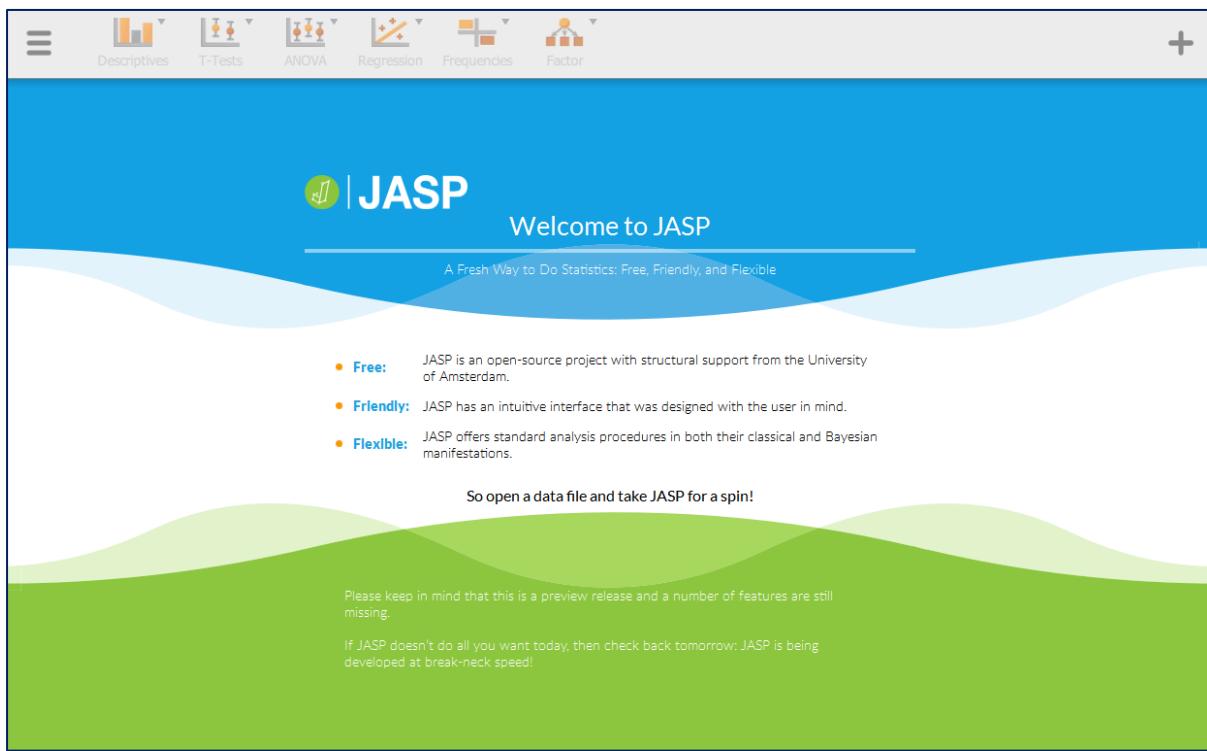
Treba na kraju reći i da su izvesne mogućnosti JASP-a ostale nepokrivene ovim priručnikom. Tako od klasičnih postupaka izostaju analiza pouzdanosti, multivarijatna analiza varijanse, analiza glavnih komponenti i faktorska analiza. Od naprednih postupaka, između ostalih, izostaju modelovanje strukturalnim jednačinama, analiza mreža, metode mašinskog učenja i meta-analiza. Konačno, već pomenuti bejzijanski postupci predstavljaju jednu od osnovnih komparativnih prednosti JASP-a, ali zbog drugačijih konceptualnih osnova u odnosu na klasičan pristup, oni nužno zahtevaju posebnu publikaciju. Sva je prilika, međutim, da na nju nećemo dugo čekati.

doc. dr Predrag Teovanović
Fakultet za specijalnu edukaciju i rehabilitaciju
Univerzitet u Beogradu
2020

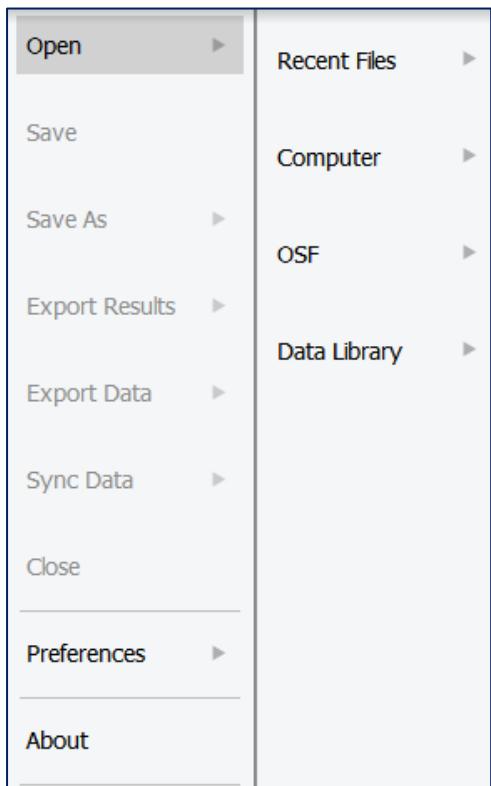


KORIŠĆENJE JASP OKRUŽENJA

Otvaranje JASP-a.



Glavnom meniju se može pristupi klikom na ikonicu u gornjem levom uglu.

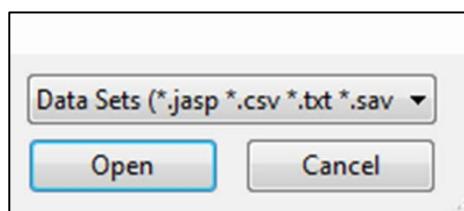


Podmeni Open:

Iako ima sopstveni **.jasp** format, JASP može da otvori i fajlove drugih formata koji se koriste za čuvanje baza podataka, poput onih sa ekstenzijama:

- **.csv** (eng. comma separated values) iz Excel-a,
- **.txt** (običan tekstualni fajl) takođe iz Excel-a,
- **.sav** (IBM SPSS fajl sa podacima),
- **.ods** (Open Document tabela).

U okviru podmenija **Open** moguće je i otvoriti poslednje korišćene fajlove (**Recent Files**), tražiti fajlove na računaru (**Computer**), pristupiti Open Science Framework-u (**OSF**) ili otvoriti jedan od brojnih primera iz JASP-ove biblioteke podataka (**Data Library**).





The screenshot shows the 'File' menu of the JASP software. The 'Save As' option is highlighted. Other options include 'Open', 'Computer', 'OSF', 'Export Results', 'Export Data', 'Sync Data', 'Close', 'Preferences', and 'About'.

Podmeniji **Save/Save as:**

Korišćenjem neke od ovih opcija, fajl sa podacima, propratnim komentarima i analizama može biti sačuvan u .jasp formatu.

Podmeni **Export:**

Rezultati analiza se mogu izvesti u HTML formatu.
Podaci se mogu izvesti u .csv ili .txt formatu.

Podmeni **Sync data:**

Ova opcija se koristi kako bi se postojeća baza podataka sinhronizovala sa eventualnim izmenama nastalim tokom rada na bazi (može se koristiti i prečica Ctrl-Y).

Podmeni **Close:**

Ova opcija se koristi kada želimo da zatvorimo trenutni fajl, ali ne i program u celini.

Podmeni **Preferences:**

Postoje tri sekcije unutar kojih korisnici mogu prilagođavati JASP svojim potrebama.

U okviru **Data Preferences** sekcije, korisnici mogu da:

- Odaberu automatsku sinhronizaciju podataka prilikom čuvanja fajla sa podacima,
- Odaberu osnovni program za uređivanje tabela (npr. Excel ili SPSS),
- Odrede posle kog broja kategorija varijabla iz kategoričke prelazi u numeričku,
- Odrede kodove za nedostajuće vrednosti.

The screenshot shows the 'Data Preferences' dialog box. On the left, there are three sections: 'Data', 'Results', and 'Advanced'. The 'Data' section is active. It contains the following settings:

- Synchronize automatically on data file save
- Use default spreadsheet editor
- Select custom editor: C:/Program Files/Microsoft Office/Office15/EXCEL.EXE
- Import threshold between Nominal or Scale: 1

Below these settings is a 'Missing Value List' window. It contains a list of missing value codes:

- NaN
- nan
- NA

At the bottom of the 'Missing Value List' window are buttons for adding (+) and removing (-) values, and a 'Reset' button.



U okviru [Results Preferences](#) sekcije, korisnici mogu da:

- Podesi da JASP ispisuje tačnu p vrednost (npr. $p = .00087$ umesto $p < .001$),
- Fiksiraju broj decimala za podatke u tabelama – ovo čini tabele preglednijim,
- Promene rezoluciju grafikona,
- Izaberu da li žele da grafikon ima belu ili transparentnu pozadinu.

The screenshot shows the 'Results Preferences' dialog box. On the left is a sidebar with 'Data', 'Results' (which is selected and highlighted in grey), and 'Advanced'. The main area is titled 'Results Preferences' and contains two sections: 'Table options' and 'Plot options'. In 'Table options', there is a checkbox for 'Display exact p-values' (unchecked) and a checked checkbox for 'Fix the number of decimals' with a numeric input field set to '2'. In 'Plot options', there is an unchecked checkbox for 'Use PPI of screen in plots: 96', a 'Custom PPI:' input field set to '300' with a minus and plus button, and a section for 'Image background color' with radio buttons for 'White' (selected) and 'Transparent'.

Od nekoliko opcija unutar [Advanced Preferences](#) sekcije, korisnici će verovatno samo nekada promeniti veličinu fonta ili brzinu skrolovanja.

The screenshot shows the 'Advanced Preferences' dialog box. On the left is a sidebar with 'Data', 'Results', and 'Advanced' (selected and highlighted in grey). The main area is titled 'Advanced Preferences' and contains three sections: 'User interface options', 'Modules options', and 'Logging options'. In 'User interface options', there are input fields for 'Zoom (%)' set to '100' and 'Scroll speed (pix/s)' set to '800', each with a minus, plus, and zero button. In 'Modules options', there is an unchecked checkbox for 'Developer mode (Beta version)'. In 'Logging options', there is an unchecked checkbox for 'Log to file' and a numeric input field for 'Max logfiles to keep' set to '50' with a minus and plus button, followed by a 'Show logs' button.



Počevši od verzije 0.10.0, JASP ima novi i moderniji način prelaska između tri prozora u kojima se nalaze (1) baza podataka, (2) meni za pokretanje analiza, i (3) sekcija za prikaz rezultata.

The screenshot shows the JASP interface with three main panels. The left panel, titled 'Descriptive Statistics', contains a 'Variables' section with 'Injuries' selected, and a 'Split' section with 'Opponent' selected. Below these are sections for 'Frequency tables (nominal and ordinal variables)' and 'Plots'. Under 'Plots', 'Boxplots' is selected, and 'Boxplot element' is checked. The middle panel, titled 'Results', displays 'Descriptive Statistics' for 'Injuries' across four categories: Wales, Tonga, New Zealand, and Japan. It includes a table with counts, means, standard deviations, minimums, and maximums. Below this is a 'Boxplots' section showing boxplots for 'Injuries' by 'Opponent' (Wales, Tonga, New Zealand, Japan). The right panel is currently empty.

Vertikalni stubići koji su prikazani na gornjoj slici omogućavaju prevlačenje prozora nalevo ili nadesno klikom na tri vertikalne tačke i njihovim povlačenjem.

Individualni prozori se mogu u potpunosti zatvoriti klikom na ikonice sa strelicama .

Prevlačenjem kursora preko **Results** sekcije postaje vidljiva ikonica, a klikom na nju pojaviće se brojne opcije uključujući i:

- [Remove all](#) (uklanjanje svih rezultata iz ispisa),
- [Remove](#) (uklanjanje odabranih rezultata),
- [Collapse](#) (zatvaranje ispisa),
- [Add notes](#) (dodavanje komentara na svaki ispis),
- [Copy](#) (kopiranje),
- [Copy special](#) (LaTeX kod),
- [Save image as](#) (čuvanje slike u određenom formatu).



Opcija **add notes** (dodavanje komentara) dozvoljava da rezultati budu označeni i prokomentarisati, a potom izvezeni u HTML fajl iz već pomunute opcije **Export Results**. Na donjoj slici je plavom bojom ispod tabele prikazan uneti tekstualni komentar.

ANOVA - Number of England Injuries

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Country code	97.09	3	32.364	13.23	< .001
Residual	97.82	40	2.445		

Note. Type III Sum of Squares

One way ANOVA of injuries received by England rugby players against Tonga, New Zealand, France and Wales

Veličina grafikona i tabele se može promeniti korišćenjem komandi **ctrl+** (povećavanje), **ctrl-** (smanjivanje), i **ctrl=** (povratak na osnovnu veličinu). Veličina grafikona se takođe može promeniti povlačenjem donjeg desnog ugla grafikona.

Kao što je ranije već napomenuto, sve tabele i grafikoni se prikazuju u skladu sa APA standardima i mogu se direktno kopirati u drugi dokument. Slike mogu biti sačuvane ili sa belom ili sa transparentnom pozadinom, a izbor se može napraviti u okviru **Preferences > Advanced** sekciјe, kao što je ranije opisano.

Postoje mnogi dodatni resursi koji olakšavaju korišćenje JASP-a, a koji se mogu naći na adresi <https://jasp-stats.org/>.



RUKOVANJE PODACIMA U JASP-u

Za potrebe ovog poglavlja treba otvoriti fajl pod nazivom "England injuries.csv". Svi fajlovi moraju imati nazive varijabli u prvoj koloni. Jednom učitana, baza podataka se pojavljuje u prozoru prikazanom na donjoj slici.

T	Opponent	Injuries	+
1	Japan	4	
2	Japan	1	
3	Japan	3	
4	Japan	6	
5	Japan	2	
6	Japan	3	
7	Japan	4	
8	Japan	0	
9	Japan	5	
10	Japan	2	
11	Japan	2	
12	New Zealand	2	
13	New Zealand	4	

Za veće baze podataka, postoji ikonica šake koja kretanje kroz podatke.



Prilikom uvoza podataka JASP dodeljuje varijablama jedan od tri nivoa merenja:

Nominal
(nominalni)



Ordinal
(ordinalni)



Scale
(intervalni ili racio nivo)



Ukoliko je JASP pogrešno identifikovao nivo merenja, treba kliknuti na ikonicu date varijable pored njenog naziva i napraviti odgovarajuću izmenu.

T	Opponent	Injuries
2	Japan	1
3	Japan	3



Ukoliko su podaci kodirani, klikom na naziv varijable se otvara prozor unutar kog se može uneti naziv za svaki od korišćenih kodova. Ovi nazivi će biti prikazani i u okviru same tabele sa podacima. Ukoliko se fajl sačuva u **.jasp** ekstenziji, onda će i nazivi nivoa (kodovi), kao i rezultati analiza i prateći komentari biti sačuvani automatski. Zahvaljujući ovoj opciji, stastistička analiza podataka postaje u potpunosti reproducibilna.

Filter	Value	Label	Actions
<input checked="" type="checkbox"/>	1	Tonga	
<input checked="" type="checkbox"/>	2	New Zealand	
<input checked="" type="checkbox"/>	3	France	
<input checked="" type="checkbox"/>	4	Wales	

U okviru istog ovog prozora moguće je izvesti i jednostavno filtriranje podataka. Ukoliko, na primer, naziv *Wales* ostane bez kvačice, to znači da se ova kategorija neće pojavljivati u daljim analizama.

Klikom na ovu ikonicu u prozoru sa podacima, otvara se daleko širi skup mogućnosti za filtriranje podataka:

+ - * ÷ / ^ √ % = ≠ < ≤ > ≥ ∧ ∨ | −

G...e
Cou...ode
Number of... Injuries

|y|
σy
σ²y
Σy
Πy
min(y)
max(y)
mean(y)
round(y)
length(y)
median(y)

Welcome to the drag and drop filter!

Korišćenje svih ovih opcija neće biti obrađeno u ovom priručniku. Za detaljnije informacije o tome kako se mogu koristiti složeniji filteri treba kliknuti na sledeći link: <https://jasp-stats.org/2018/06/27/how-to-filter-your-data-in-jasp/>.



JASP iscrtava podatke prateći redosled korišćenih vrednosti (npr. od 1 do 4). Ovaj redosled se može izmeniti izborom date kategorije i promenom njene pozicije korišćenjem odgovarajućih strelica prikazanih na donjoj slici.

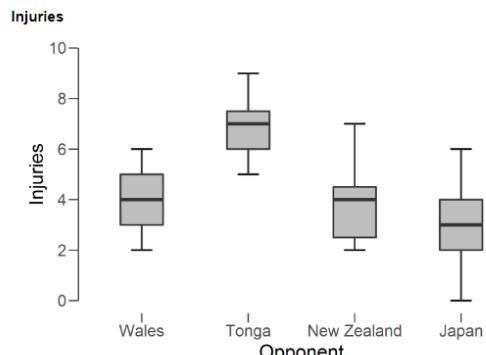
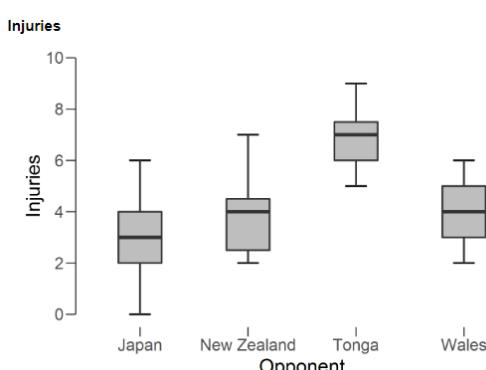
Filter	Value	Label	
<input checked="" type="checkbox"/>	1	Tonga	
<input checked="" type="checkbox"/>	2	New Zealand	
<input checked="" type="checkbox"/>	3	France	
<input checked="" type="checkbox"/>	4	Wales	

Pomeri nagore

Pomeri nadole

Obrni redosled

Zatvori



Filter	Value	Label
<input checked="" type="checkbox"/>	Japan	Japan
<input checked="" type="checkbox"/>	New Zealand	New Zealand
<input checked="" type="checkbox"/>	Tonga	Tonga
<input checked="" type="checkbox"/>	Wales	Wales

Filter	Value	Label
<input checked="" type="checkbox"/>	Wales	Wales
<input checked="" type="checkbox"/>	Tonga	Tonga
<input checked="" type="checkbox"/>	New Zealand	New Zealand
<input checked="" type="checkbox"/>	Japan	Japan

Ukoliko je potrebno izmeniti pojedinačne podatke u samoj bazi podataka dovoljno je dva puta kliknuti na ćeliju i podaci bi trebalo da se otvore u originalnoj tabeli, odnosno u Excel-u. Nakon potrebnih izmene podataka i snimanja (tzv. sejvovanja) baze podataka, JASP će automatski ažurirati napravljene izmene, pod uslovom da naziv fajla nije izmenjen.



JASP MENI ZA ANALIZE

Do osnovnih analiza se može doći preko glavnog polja sa ikonicama, tzv. tulbara (eng. toolbar).



Trenutna verzija programa (v0.10.0) nudi frekventističke (standardne parametrijske i neparametrijske statističke testove), kao i alternativne bejzijanske testove koji su prikazani u donjoj tabeli.

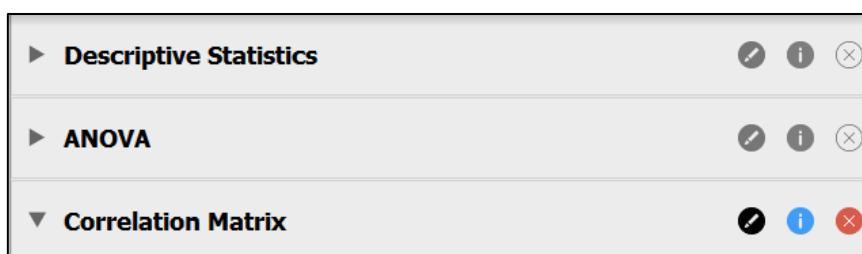
Descriptives (Opisna statistika) <ul style="list-style-type: none"> Descriptive stats (Deskriptivna statistika) Reliability analysis (Analize pouzdanosti)* 	Regression (Regresiona analiza) <ul style="list-style-type: none"> Correlation matrix (Korelaciona matrica) Linear regression (Linearna regresija) Logistic regression (Logistička regresija)
T-Tests (T-testovi) <ul style="list-style-type: none"> Independent (za nezavisne uzorke) Paired (za ponovljena merenja) One sample (za jedan uzorak) 	Frequencies (Frekvence) <ul style="list-style-type: none"> Binomial test (Binomni test) Multinomial test (Multinomi test) Contingency tables (Tabele kontigencije) Log-linear (Log-linearna regresija) *
ANOVA (Analiza varijanse) <ul style="list-style-type: none"> Independent (za nezavisne uzorke) Repeated measures (za ponovljena merenja) ANCOVA (Analiza kovarijanse) MANOVA (Multivarijatna ANOVA)* 	Factor (Faktorizacija) <ul style="list-style-type: none"> Principal Component Analysis (PCA) (Analiza glavnih komponenti) * Exploratory Factor Analysis (EFA) (Eksploratorna faktorska analiza) * Confirmatory Factor Analysis (CFA) (Konfirmatorna faktorska analiza) *

* Tema nije obrađena u ovom priručniku

Klikom na ikonicu + u gornjem desnom uglu tulbara može se pristupiti i naprednijim opcijama koje uključuju analizu mreža (Network), meta-analizu (Meta Analysis), modelovanje strukturalnim jednačinama (SEM) i mašinsko učenje (Machine Learning).

Jednom kada je odabrana željena analiza, sve moguće statističke opcije vezane za nju se pojavljuju u levom prozoru, dok se ispis rezultata analiza pojavljuje u desnom prozoru.

Još jedna mogućnost koja je uvedena u verziji 0.10.0 tiče se preimenovanja i grupisanja ispisa, što olakšava organizovanje rezultata većeg broja analiza.





Pojedinačna analiza se može preimenovati klikom na ikonicu sa olovkom ili izbrisati klikom na ikonicu sa crvenim iksićem.

The screenshot shows a list of statistical analyses in JASP:

- Descriptive Statistics of individual country injuries
- ANOVA - independent ANOVA of injuries
- Injury correlations - Spearmans

Each item has a pencil icon for edit, a blue information icon, and a red delete icon.

Klikom na analize u ovoj listi moguće je doći do odgovarajućeg dela u ispisu sa rezultatima. Pored toga, njihov redosled se može promeniti prevlačenjem svake od analiza na željeno mesto.

Plava ikonica sa slovom "i" pruža detaljnije informacije o korišćenoj statističkoj proceduri.

JASP Help window for Independent Samples T-Test:

Independent Samples T-Test

The independent samples t-test allows you to test the null hypothesis that the population means of two independent groups are equal

Assumptions

- Continuous dependent variable
- The observations in both groups are a random sample from the population
- The dependent variable is normally distributed in both populations
- The population variances in the two groups are homogeneous

Default Options

Hypothesis:

- Group 1 ≠ Group 2: Two-sided alternative hypothesis that the population means are equal
- Group 1 > Group 2: One-sided alternative hypothesis that the population mean of Group 1 is larger than the population mean of Group 2
- Group 1 < Group 2: One-sided alternative hypothesis that the population mean of Group 1 is smaller than the population mean of Group 2

Equality of Variances:

- Assume equal: Assume that the variances of the two groups are equal. The pooled variance is used as an estimate of the population variance.
- No assumption: Do not assume that the variances of the two groups are equal. The degrees of freedom will be computed using the Welch approximation.
- Report both: Report results assuming and not assuming the equality of variances.

Missing Values:



DESKRIPTIVNA STATISTIKA

Sirove podatke je teško vizualizovati i na osnovu njih doneti opšte zaključke. Deskriptivni statistici i sa njima povezani grafički prikazi omogućavaju da se podaci opišu i sumiraju na jezgrovit način, ali treba imati u vidu da se pomoću njih ne testiraju hipoteze. Postoje različite vrste deskriptivnih statistika:

- Mere centralne tendencije,
- Mere varijabilnosti (odnosno mere disperzije, raspršenja),
- Percentilne vrednosti,
- Mere raspodele,
- Opisni grafikoni.

Kako bismo istražili ove mere, učitaćemo fajl "Descriptive data.csv". Treba potom otici na **Descriptives > Descriptive statistics** i prebaciti varijablu pod nazivom *Variable* u okvir **Variables** sa desne strane.

The screenshot shows a data table on the left with 12 rows, each containing a 'Group' name ('Group 1') and a numerical value. To the right is the 'Descriptive statistics' dialog box. The 'Variables' section on the right side of the dialog has a single item, 'Variable'. The 'OK' button is visible at the top right of the dialog.

Sada treba otvoriti meni **Statistics** kako bi se prikazale različite dostupne opcije.

The 'Statistics' dialog box is open, showing various statistical options under different categories:

- Percentile Values:** Includes checkboxes for 'Quartiles', 'Cut points for: 4 equal groups', and 'Percentiles:' followed by an input field.
- Central Tendency:** Includes checkboxes for 'Mean' (which is checked), 'Median', 'Mode', and 'Sum'.
- Dispersion:** Includes checkboxes for 'S. E. mean', 'Std.deviation' (which is checked), 'MAD', 'IQR', 'Variance', 'Range', 'Minimum' (which is checked), and 'Maximum' (which is checked).
- Distribution:** Includes checkboxes for 'Skewness', 'Kurtosis', and 'Shapiro-Wilk test'.



CENTRALNA TENDENCIJA

Postoje tri osnovne mere centralne tendencije – prosek, medijana i mod. Ukoliko razmatramo celokupnu populaciju onda govorimo o populacionim merama centralne tendencije. Ukoliko analiziramo podskup populacije, onda govorimo o uzoračkim merama centralne tendencije.

U podmeniju **Statistics / Central Tendency** treba označiti samo prosek (**Mean**), medijanu (**Median**) i mod (**Mode**).

The screenshot shows the JASP interface with the 'Central Tendency' section selected. Under 'Descriptive Statistics', the 'Variable' column lists the count of valid cases (810), missing cases (0), mean (17.71), median (17.90), and mode (20.00). The 'Sum' option is not checked.

Descriptive Statistics	
	Variable
Valid	810
Missing	0
Mean	17.71
Median	17.90
Mode	20.00

Prosek, odnosno aritmetička sredina (eng. average), uglavnom se označava sa AS, M ili \bar{x} , jednaka je zbiru svih vrednosti podeljenom brojem tih vrednosti. U ovom primeru vrednost prosekova iznosi 17.71. Prosek se koristi kada se opisuju intervalni i racionalni podaci. Prosek predstavlja statistički model centra raspodele vrednosti i teorijsku procenu "tipične vrednosti". Ipak, treba imati u vidu da prosek može biti snažno izmenjen ekstremnim skorovima (tzv. autlajerima).

Medijana se označava sa Mdn (u primeru iznosi 17.90) i predstavlja vrednost koja se nalazi tačno na sredini niza podataka koji su poređani uzlazno ili silazno. Koristi se kao mera centralne tendencije za ordinalne podatke. Manje je osetljiva na ekstremne vrednosti i zakrivenja raspodele.

Mod čija vrednost u ovom primeru iznosi 20.00 predstavlja najčešću vrednost u datom nizu podataka, i grafički se ispoljava kao najviši stubić (eng. bar) na histogramu.

VARIJABILNOST

U podmeniju **Statistics / Dispersion** treba označiti sve opcije izuzev **MAD Robust**:

The screenshot shows the JASP interface with the 'Dispersion' section selected. Under 'Descriptive Statistics', the 'Variable' column lists various dispersion measures: Valid (810), Missing (0), Std. Error of Mean (0.244), Std. Deviation (6.935), MAD (4.700), IQR (9.175), Variance (48.100), Range (36.700), Minimum (0.200), and Maximum (36.900). The 'MAD Robust' option is not checked.

Descriptive Statistics ▾	
	Variable
Valid	810
Missing	0
Std. Error of Mean	0.244
Std. Deviation	6.935
MAD	4.700
IQR	9.175
Variance	48.100
Range	36.700
Minimum	0.200
Maximum	36.900



Standardna devijacija ([Standard deviation](#)) se uglavnom označava sa SD, i u ovom primeru njena vrednost iznosi 6.94. Standardna devijacija se koristi da kvantificuje stepen odstupanja (raspršenja, distorzije, varijabilnosti) podataka od proseka. Niska vrednost standardne devijacije ukazuje na to da je većina podataka blizu proseka, dok visoke vrednosti standardne devijacije ukazuju na to da su podaci raspšeni u širem rasponu.

Varijansa ([Variance](#)) čija vrednost u ovom primeru iznosi 48.10 predstavlja još jednu procenu raspršenosti podataka od proseka. S obzirom na to da predstavlja kvadriranu standardnu devijaciju označava se sa SD^2 .

Standardna greška proseka ([Standard error of the mean](#)) se označava sa SE_M . Njena vrednost u ovom primeru iznosi 0.24 i predstavlja meru očekivane udaljenosti uzoračkog proseka od populacionog proseka. Kako raste veličina uzorka, tako opada standardna greška i naše poznavanje vrednosti populacionog proseka postaje sve preciznije.

Apsolutno odstupanje od medijane ([MAD](#); eng. median absolute deviation) je mera koja je relativno neosetljiva na odstupanja podataka od modela normalne raspodele. Dok varijable koje se normalno raspodeljuju opisujemo putem proseka i standardne devijacije, varijable na kojima podaci nisu normalno distribuirani, ili koji potiču sa ordinalne skale, opisujemo putem medijane i MAD (ili IQR).

Interkvartilni raspon ([IQR](#); eng. interquartile range) je mera odstupanja koja je slična MAD, ali je u manjoj meri robusna (za detaljniji prikaz videti odeljak o kutijastim dijagramima na strani 18).

Intervali poverenja (eng. confidence intervals, CI), premda nisu deo [Descriptive statistics](#) ispisa, imaju svoju upotrebu u drugim statističkim testovima. Kada se formira uzorak iz populacije, intervali poverenja predstavljaju raspon vrednosti unutar kog sa određenim procentom sigurnosti možemo da tvrdimo da se nalazi pravi, odnosno populacioni prosek. Tako 95% CI predstavlja raspon vrednosti unutar koga se sa 95% sigurnosti nalazi prosek u populaciji. Ovaj interval se nalazi na $\pm 1.96 SE_M$ od proseka, dok se 99% CI nalazi na $\pm 2.58 SE_M$ od proseka SD. Ove intervale treba razlikovati od intervala koji obuhvataju 95% prikupljenih podataka (na primer, ukoliko je raspodela normalna, središnjih 95% podataka bi trebalo da se nalazi unutar ± 1.96 SD od proseka, dok je 99% unutar ± 2.58 SD od proseka).

$$95\% \text{ CI} = M \pm 1.96 * SE_M$$

Na osnovu prikazanih rezultata, $M = 17.71$, $SE_M = 0.24$, interval poverenja od 95% će biti $17.71 \pm (1.96 * 0.24)$, odnosno 17.71 ± 0.47 . Dakle, 95% CI na ovoj varijabli je od 17.24 - 18.18, što znači da bi pravi prosek u 95% slučajeva trebalo da se nađe u ovom rasponu vrednosti.



KVARTILI

U podmeniju **Statistics** treba označiti samo **Quartiles**.

Percentile Values

Quartiles

Cut points for: equal groups

Percentiles:

Descriptive Statistics	
	Variable
Valid	810
Missing	0
25th percentile	13.05
50th percentile	17.90
75th percentile	22.30

Kvartili su mesta koje dele niz podataka na četiri jednaka dela. Na primer, u ovom nizu podataka

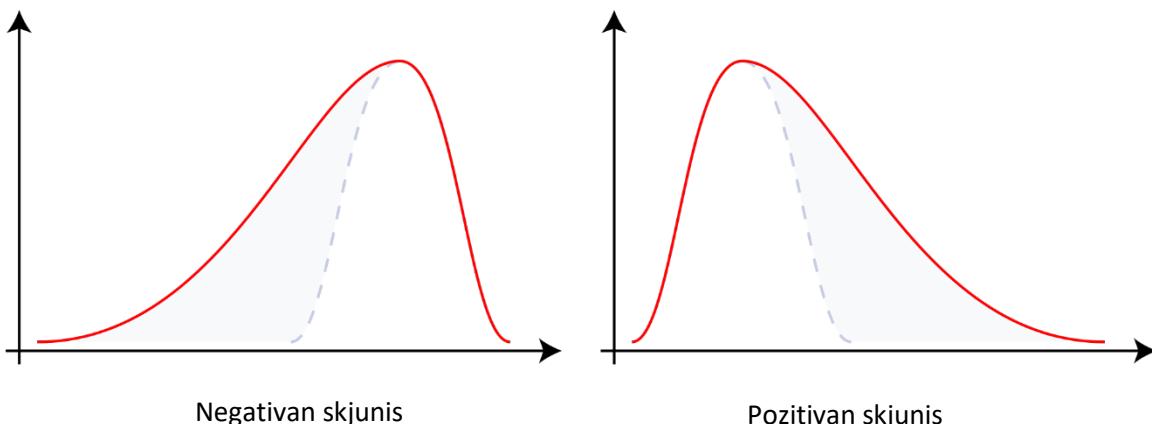
1	1	2	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5	6	7	8	8	9	10	10
				25%						50%					75%				

vrednost medijane koja deli podatke na dva jednaka dela (50. percentil) iznosi 5, medijana vrednosti sa leve strane (25. percentil) iznosi 3, a medijana vrednosti sa desne strane (75. percentil) iznosi 8.

Na osnovu ovih rezultata se izračunava vrednost interkvartilnog raspona (IQR) koji predstavlja razliku između 75. i 25. percentila. Kasnije ćemo videti da se ove vrednosti koriste prilikom iscrtavanja kutijastih dijagrama (eng. boxplots). IQR je takođe moguće dobiti u okviru **Statistics / Dispersion** podmenija.

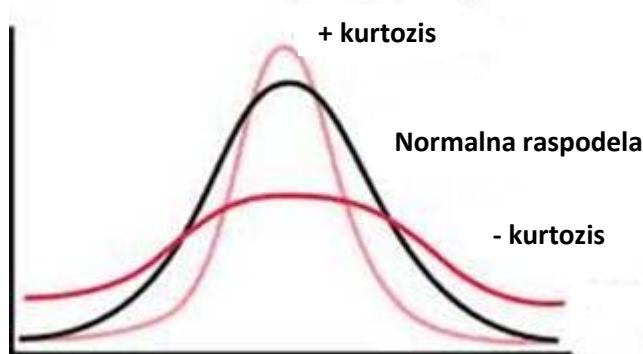
DISTRIBUCIJA

Skjunis (horizontalna asimetrija) opisuje jednu grupu odstupanja od normalne raspodele. Negativan skjunis pokazuje da se mod kreće nadesno što rezultira dužim levim krajem. U slučaju pozitivnog horizontalnog zakrivljenja, mod ide nalevo što za posledicu ima izraženiji desni kraj raspodele.





Kurtozis opisuje koliko su teški ili laci krajevi raspodele. Pozitivan kurtozis se očitava kao dodatno povećanje koncentracije centralnih slučajeva, dok se negativna vrednost kurtozisa dobija kada je raspodela zaravnjenija i u većoj meri nalikuje uniformnoj.



U okviru podmenija [Statistics / Distribution](#) treba označiti [Skewness](#), [Kurtosis](#), i [Shapiro-Wilk test](#).

Descriptive Statistics	
	Variable
Distribution	
<input checked="" type="checkbox"/> Skewness	810
<input checked="" type="checkbox"/> Kurtosis	0
<input checked="" type="checkbox"/> Shapiro-Wilk test	-0.004
	0.086
	-0.410
	0.172
	0.996
	0.032

Ukoliko je raspodela normalna, vrednosti skjunisa i kurtozisa će biti blizu nule. Šapiro-Vilkov (Shapiro-Wilk) test se koristi kako bi se procenilo da li podaci značajno odstupaju od modela normalne raspodele (za više detalja videti poglavlje "Provera ispravnosti podataka" na stranama 23-26).

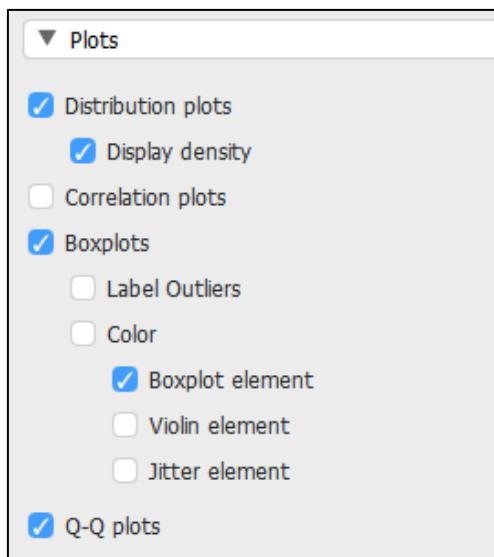
DESKRIPTIVNI GRAFIKONI U JASP-u

Trenutno, JASP daje četiri glavna tipa deskriptivnih grafikona:

- Grafikone raspodele,
- Korelaceone grafikone,
- Kutijaste dijagrame – sa tri mogućnosti:
 - Kutijasti element,
 - Violonski element,
 - Vibrirajući (eng. jitter) element,
- Q-Q plotove.

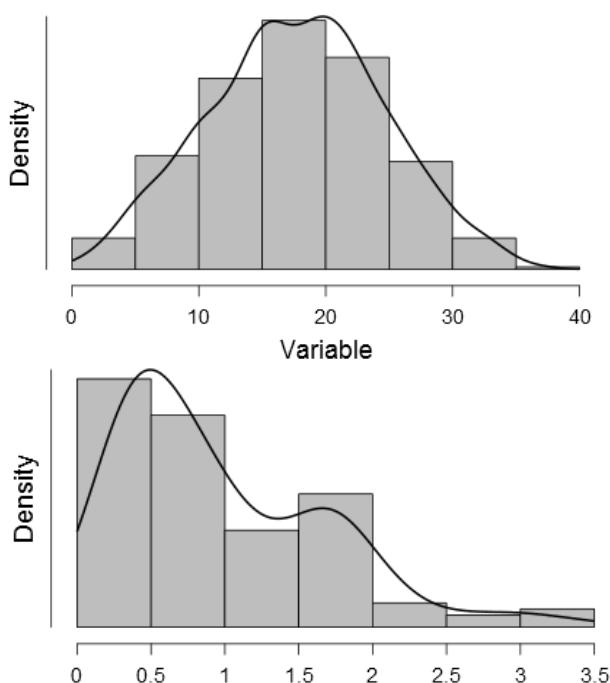


Koristeći i dalje fajl "Descriptive data.csv" sa varijablom pod nazivom *Variable* u **Variables** okviru, treba iz podmenija **Descriptive statistics / Plots** označiti **Distribution plots**, **Boxplots – Boxplot Element**, kao i **Q-Q plots**.



Na grafikonu raspodele (eng. distribution plot), odnosno histogramu, raspon vrednosti neke numeričke varijable se deli na veći broj nepreklapajućih intervala koji su prikazani na x-osi, a potom se učestalost podataka u okviru ovih intervala prikazuje putem stubića čija se visina očitava na y-osi. Kao što je već napomenuto, najviši stubić predstavlja mod (najučestaliju vrednost u skupu podataka). Preko ovog prikaza moguće je iscrtati i krivulju raspodele (označiti **Display density**).

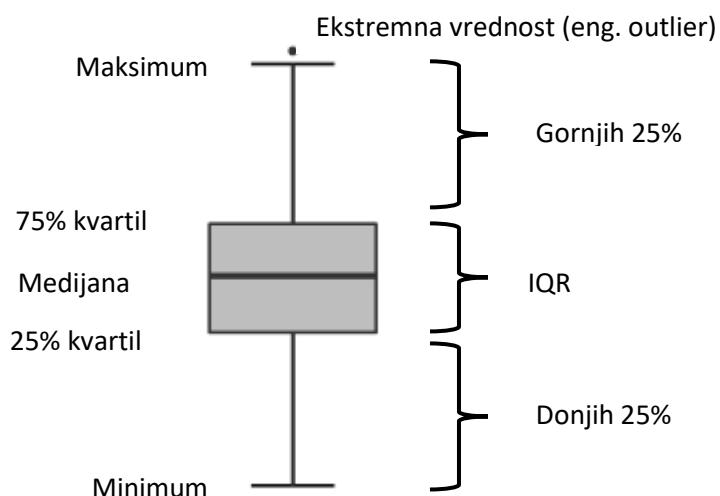
U slučaju korišćenog primera, krivulja izgleda približno simetrično što ukazuje na to da su podaci približno normalno raspodeljeni. Drugi prikazani grafikon potiče iz jedne druge baze podataka i ilustruje pozitivno zakrivljenu raspodelu podataka.



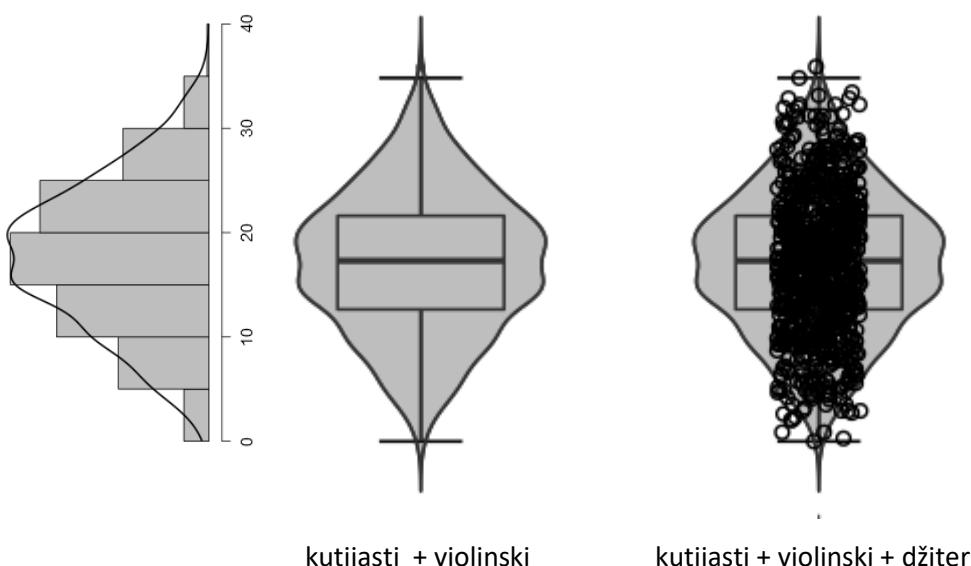


Kutijasti dijagrami prikazuju brojne deskriptivne statistike na jednom grafikonu, i to:

- Vrednost medijane,
- Prvi i treći kvartil (odnosno 25. i 75. percentil),
- Interkvartilni raspon (IQR), odnosno razliku između ove dve kvartilne vrednosti,
- Maksimalnu i minimalnu vrednost (kada se odstrane ekstremne vrednosti),
- Ekstremne vrednosti, odnosno autlajeri (eng. outliers) se mogu prikazati po potrebi.

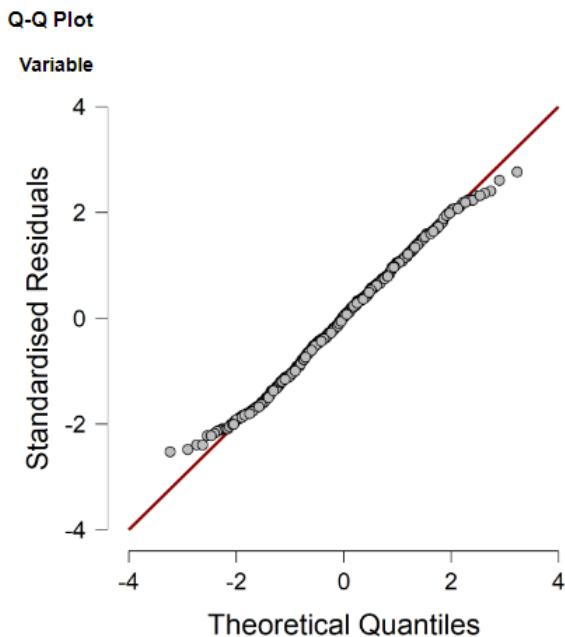


Sada u okviru [Descriptive statistics > Plots > Boxplot](#) treba označiti [Boxplot](#) i [Violin Element](#), i videti na koji se način grafikon mernja. Potom treba označiti [Boxplot](#), [Violin](#) i [Jitter Elements](#). Violinski dijagram uzima krivulju raspodele sa grafikona raspodele, rotira je za 90° i potom je postavlja na kutijasti dijagram. Džiter dijagram (eng. jitter plot) prikazuje svaki pojedinačni podatak.



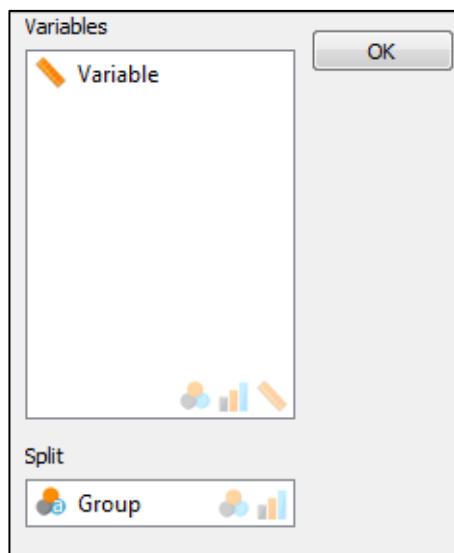


Kvantil-kvantil grafikon (eng. quantile-quantile plot), poznatiji pod nazivom Q-Q plot, može se koristiti kako bi se vizuelno procenilo da li se podaci normalno raspodeljuju. Q-Q plot sortira podatke uzlazno i potom ih prikazuje u odnosu na kvantile (percentile) koji su izračunati na osnovu teorijskog modela normalne distribucije. Kada su podaci normalno raspodeljeni, tačke padaju na ili veoma blizu referentne linije koja se nalazi pod uglom od 45° . Kada se podaci ne raspodeljuju normalno, tada tačke odstupaju od referentne linije.



PODELA PO GRUPAMA

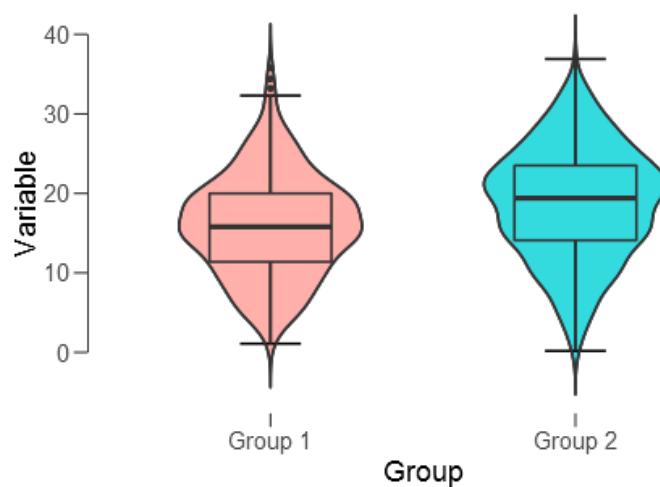
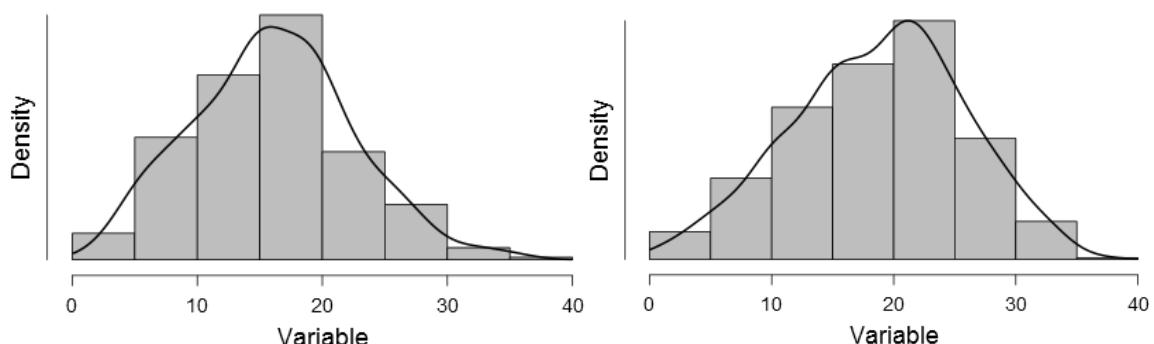
Ukoliko postoji grupišuća varijabla (kategorička ili ordinalna) onda se deskriptivni statistici i grafikoni mogu prikazati za svaku grupu ponaosob. Koristeći isti "Descriptive data.csv" fajl, varijablu pod nazivom *Group* treba prenesti u [Split](#) okvir.





Sada će ispis ovako izgledati:

Descriptive Statistics ▾		
	Variable	
	Group 1	Group 2
Valid	315	495
Missing	0	0
Mean	16.021	18.787
Median	15.800	19.400
Mode	20.000	20.200
Std. Deviation	6.424	7.040
Variance	41.269	49.556
Skewness	0.200	-0.176
Std. Error of Skewness	0.137	0.110
Kurtosis	-0.101	-0.397
Std. Error of Kurtosis	0.274	0.219
Minimum	1.100	0.200
Maximum	35.800	36.900





PROVERA ISPRAVNOSTI PODATAKA

Podaci dobijeni u istraživanju na uzorku se koriste kako bi se procenili parametri populacije. Parametri predstavljaju merljive karakteristike populacije, kao što su frekvencu, prosek ili standardna devijacija. Koja je razlika između statistika i parametra? Recimo da smo, na primer, pitali nasumično formirani skup studenata da procene kvalitet studentskog kluba i da je njih 75% iskazalo visok stepen zadovoljstva. To predstavlja naš uzorački statistik, s obzirom na to da smo ispitali samo jedan deo populacije. Ono što smo izračunali na uzorku samo sa određenim stepenom verovatnoće važi za celu populaciju. Ukoliko bismo pitali sve studente, tek onda bismo doznali vrednost parametra.

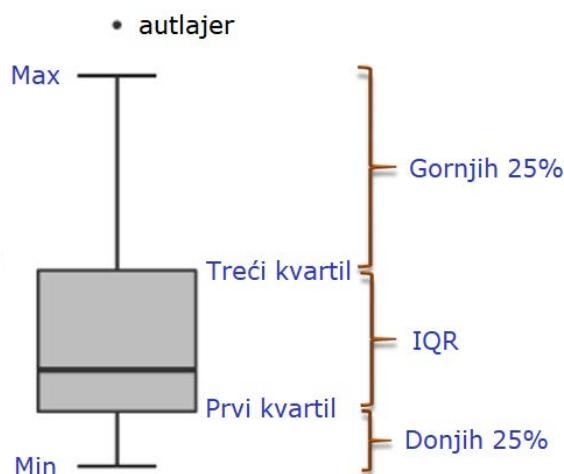
Pristrasnost (eng. bias) se može definisati kao sklonost merenja da potenci ili preceni vrednost parametra u populaciji. Postoji mnogo tipova pristrasnosti koje se mogu pojaviti prilikom dizajniranja istraživanja i prikupljanja podataka, uključujući i:

- Pristrasan izbor ispitanika – neki ispitanici imaju veću verovatnoću da budu učesnici u istraživanju u odnosu na neke druge ispitanike;
- Pristrasnost isključivanja ispitanika – javlja se zbog sistematskog isključivanja određenih ljudi iz istraživanja;
- Analitička pristrasnost – javlja se zbog načina na koji se podaci obrađuju.

Bilo kako bilo, statističke pristrasnosti mogu uticati na a) procene parametara, b) standardne greške i intervale poverenja, i c) testovne statistike i p vrednosti. Na koji način možemo proveriti da li su naši podaci pristrasni?

DA LI SU PODACI ISPRAVNI?

Ekstremne vrednosti, koje se ponekad nazivaju i iznimci, štrčci ili autlajeri (eng. outliers) predstavljaju podatke koji se nalaze daleko van okvira koji formiraju svi ostali podaci. Ove vrednosti se mogu javiti iz mnoštva razloga, kao što su na primer greške prilikom prikupljanja i unosa podataka. Kutijasti dijagrami predstavljaju jednostavan način da se ovakvi podaci detektuju, pri čemu se kao ekstremne vrednosti tretiraju one koje odstupaju 1.5 interkvartilnih raspona od gornjeg, tj. trećeg ($75\% + 1.5 * IQR$) ili donjeg, tj. prvog ($25\% - 1.5 * IQR$) kvartila.

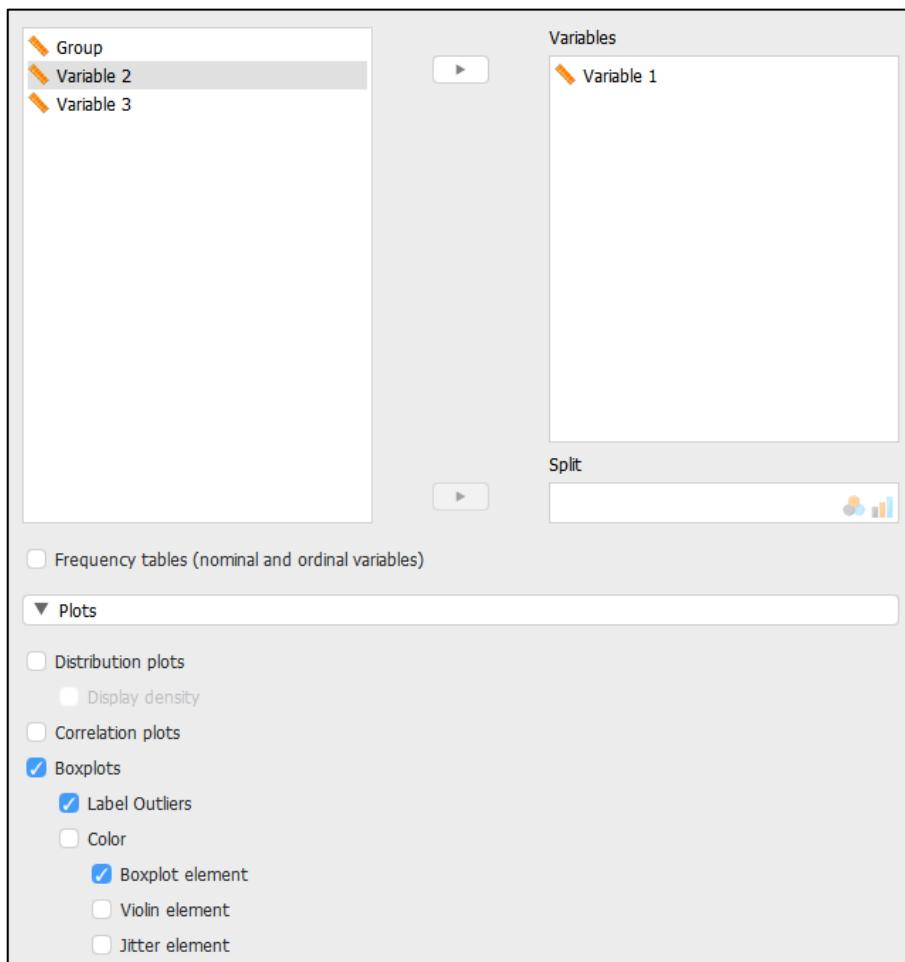


Kutijasti dijagram prikazuje:

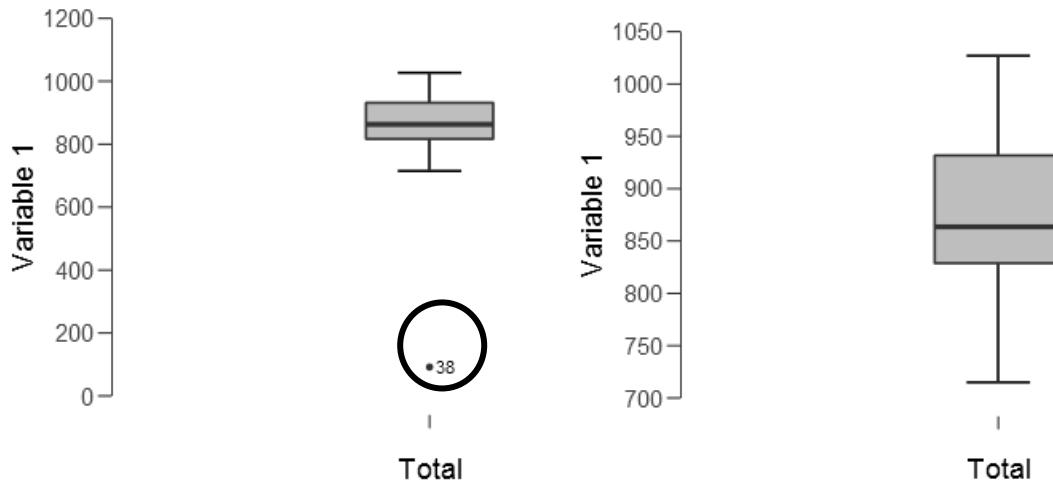
- vrednost medijane,
- 25 i 75% percentil,
- IQR – interkvartilni raspon,
- maksimalne i minimalne vrednosti,
- po potrebi i ekstremne vrednosti.



Treba učitati bazu podataka "Exploring Data.csv". Unutar **Descriptives > Descriptive Statistics**, treba prebaciti varijablu pod nazivom *Variable 1* u okvir pod nazivom **Variables**. Unutar **Plots** podsekcije treba označiti **Boxplots**, **Label Outliers**, i **Boxplot Element**.



Kutijasti dijagram sa leve strane deluje poprilično kompresovano, a jedna očigledna ekstremna vrednost je označena brojem reda u kom se nalazi (38). Kada se vratimo na bazu podataka, vidimo da se u ovoj ćeliji nalazi pogrešan unos 91.7 (umesto 917). Grafikon sa desne strane pokazuje kutijasti dijagram sa "čistim" podacima, nakon uklanjanja ovog autlajera.





Način na koji ćemo postupati sa autlajerima zavisi od slučaja do slučaja. Većina parametrijskih testova je veoma osetljiva na njihovo prisustvo, dok neparametrijski testovi generalno nisu.

Ispraviti ga? Proveriti originalne podatke i utvrditi da li je u pitanju greška prilikom unosa podataka, i ispraviti je ukoliko jeste, a potom ponovo pokrenuti analize.

Zadržati ga? Čak i u slučaju normalne raspodele, ekstremne vrednosti se mogu očekivati onda kada imamo velike uzoke, i u tom slučaju autlajere ne treba isključivati.

Izbrisati ga? Ovo predstavlja prilično kontroverznu praksu, posebno u slučaju malih uzoraka gde se ne može prepostaviti normalnost raspodele.

Zameniti ga? Ovaj postupak je poznat pod nazivom trimovanje (eng. trimming, winsorizing) i podrazumeva zamenu ekstremne vrednosti odgovarajućom maksimalnom ili minimalnom prihvatljivom vrednošću.

Bez obzira na to koji se od predloženih metoda koristi, treba ga jasno opisati i objasniti zašto je baš taj metod izabran u datom kontekstu i spram planirane analize podataka.

PREPOSTAVKE O PODACIMA

Kada koristimo parametrijske testove, mi zapravo iznosimo niz prepostavki o podacima. Ukoliko ove prepostavke nisu zadovoljene, rizikujemo da dođemo do pogrešnih zaključaka. Posebno su važne prepostavke o:

- Normalnosti raspodele, i
- Homogenosti varijansi (tj. homoscedascitetu).

Mnogi statistički testovi su zapravo omnibus testovi od kojih će neki proveriti i ove prepostavke.

TESTIRANJE PREPOSTAVKE O NORMALNOSTI

Normalnost ne znači nužno da su podaci po sebi normalno distribuirani, već da se mogu modelovati pomoću normalne raspodele. Normalnost se može istražiti na više načina:

- Numerički,
- Vizuelno / grafički,
- Statistički.

Numerički, možemo koristiti koeficijente horizontalnog (skjunis) i vertikalnog (kurtozis) odstupanja čije bi vrednosti u slučaju normalnosti raspodele trebalo da budu blizu nule. Kako bismo utvrdili da li postoje značajna horizontalna i/ili vertikalna odstupanja možemo izračunati standardizovane, z-vrednosti ovih koeficijenata tako što ćemo njihove vrednosti podeliti odgovarajućim standardnim greškama:

$$\text{Skjunis } z = \frac{\text{skjunis}}{\text{standardna greška skjunisa}}$$

$$\text{Kurtozis } z = \frac{\text{kurtozis}}{\text{standardna greška kurtozisa}}$$

Značajnost z-skora: $p < .05$ kada je $z > 1.96$, $p < .01$ kada je $z > 2.58$, $p < .001$ kada je $z > 3.29$.



Treba otvoriti bazu podataka "Exploring data.csv", i otići u **Descriptives > Descriptive Statistics** gde varijablu pod nazivom *Variable 3* treba prebaciti u okvir **Variables**, a u podmeniju **Statistics** izabrati **Mean, Std Deviation, Skewness, i Kurtosis**.

Statistics

Percentile Values
 Quartiles
 Cut points for: equal groups
 Percentiles:

Central Tendency
 Mean
 Median
 Mode
 Sum

Dispersion
 Std.deviation
 Variance
 Range

Minimum
 Maximum
 S. E. mean

Skewness

Kurtosis
 Shapiro-Wilk test

Descriptive Statistics

	Variable 3
Valid	50
Missing	0
Mean	0.893
Std. Deviation	0.673
Skewness	0.839
Std. Error of Skewness	0.337
Kurtosis	-0.407
Std. Error of Kurtosis	0.662

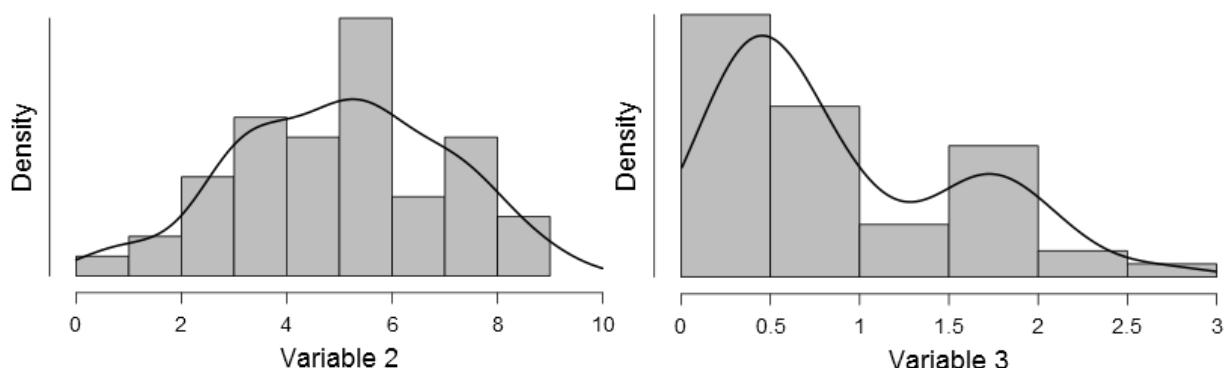
Iz ispisa rezultata se može videti da ni skjunis ni kurtozis nisu blizu nule. Pozitivan skjunis sugerije da su podaci pomereni na levo (videti grafikon dole), dok negativan kurtozis ukazuje na to da imamo posla sa nešto zaravnjenijom distribucijom u odnosu na normalnu. Kada izračunamo z-skorove, primećujemo da su podaci značajno horizontalno zakrivljeni na nivou $p < .05$, dok vertikalno odstupanje nije statistički značajno ($p > .05$).

$$\text{Skjunis } Z = \frac{0.839}{0.337} = 2.49$$

$$\text{Kurtozis } Z = \frac{-0.407}{0.662} = -0.614$$

Treba ovde još napomeniti da se u velikim bazama podataka skjunis i kurtozis mogu učiniti značajnim, čak i u slučaju normalne raspodele.

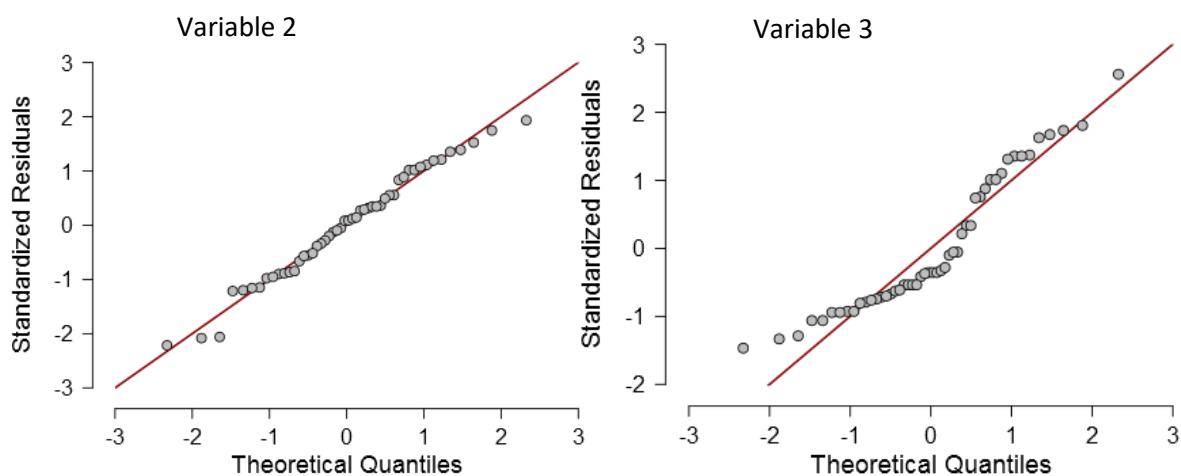
Sada u okvir **Variables** treba prebaciti varijablu pod nazivom *Variable 2*, a unutar podmenija **Plots** označiti **Distribution plot**. Ovo bi trebalo da dovede do prikaza sledeća dva grafikona:



Na osnovu grafičkog prikaza, čini se da *Variable 2* ima simetričnu distribuciju, dok je *Variable 3* pomerena na levo, što potvrđuje i visoka vrednost standardizovanog skjunisa.



Drugi grafički način provere normalnosti predstavlja Q-Q plot. Ovaj grafikon dostupan je u okviru menija [Descriptives](#), ali je takođe i deo ispisa [Assumption Checks](#) (provera prepostavki) u okviru linearne regresije ([Regression > Linear Regression](#)) i analize varijanse ([ANOVA > ANOVA](#)) analiza. Q-Q plotovi prikazuju kvantile empirijske raspodele u odnosu na one koji bismo očekivali na osnovu modela normalne raspodele. Kada su podaci normalno distribuirani, tada se tačke nalaze blizu dijagonalne referentne linije. Ukoliko su tačke pomerene iznad ili ispod linije, onda postoji problem sa kurtozisom (vertikalnim odstupanjem). Ukoliko tačke formiraju sigmoidalni, zmijoliki oblik u odnosu na liniju, onda postoji problem sa skjunisom (horizontalnim odstupanjem). Na donjim slikama se nalaze Q-Q plotovi za *Variable 2* i *Variable 3* koje treba uporediti sa ranije prikazanim grafikonima raspodele kao i vrednostima standardizovanih skjunisa i kurtozisa.



Šapiro-Vilk test predstavlja statistički način testiranja prepostavke o normalnosti. Ovaj test se takođe primenjuje u okviru t-testa za nezavisne uzorke ([T-Tests > Independent Samples T-Test](#)) i t-testa za zavisne uzoke ([T-Tests > Paired Samples T-Test](#)). Šapiro-Vilk test za rezultat ima W-statistik čije niske vrednosti ukazuju na odstupanja od normalne raspodele (tada nulta hipoteza po kojoj su vrednosti varijable u populaciji normalno raspodeljene može biti odbačena).

Descriptive Statistics		
	Variable 2	Variable 3
Valid	50	50
Missing	0	0
Shapiro-Wilk	0.982	0.885
P-value of Shapiro-Wilk	0.650	< .001

Kao što je već opisano, u okviru podmenija [Descriptives](#) moguće je pokrenuti [Shapiro-Wilk test](#) unutar podsekcije [Distribution tests](#). Rezultati primene ovog testa ne pokazuju značajna odstupanja od normalnosti na *Variable 2*, ali pokazuju značajna odstupanja ($p < .001$) na *Variable 3*.

Osnovno ograničenje ovog testa jeste njegova zavisnost od veličine uzorka. Naime, što su uzorci veći, to je veća i verovatnoća dobijanja statistički značajnih rezultata.



Testiranje pretpostavke o normalnosti – beleška upozorenja!

Jedna od pretpostavki većine parametrijskih testova jeste ona koja se tiče približne normalnosti raspodele podataka. Normalna je ona distribucija koja ima najveću gustinu u sredini i koja je simetrična u odnosu na prosek. Međutim, parametrijski testovi mogu biti primenjeni i onda kada podaci nisu savršeno normalno raspodeljeni.

Da li je onda uopšte neophodno testirati normalnost raspodele?

Prema centralnoj graničnoj teoremi, sa porastom veličine uzorka distribucija uzorkovanja prosek se približava normalnoj raspodeli. Dakle, što više mernih tačaka imamo, to će distribucija uzorkovanja više nalikovati normalnoj raspodeli i to će uzorački prosek približnije aproksimirati populacioni prosek.

Velike baze podataka mogu rezultovati značajnim testovima normalnosti, čak i onda kada distribucije grafički izgledaju kao normalne. Nasuprot tome, testovima primenjenim na malim uzorcima nedostaje statistička snaga kako bi detektovali značajna odstupanja od normalne raspodele.

Bilo kako bilo, primena određenih statističkih testova na podacima koji se raspodeljuju na način koji očigledno odstupa od modela normalne distrukcije može dovesti do pogrešnih zaključaka. Kolika sličnost treba da postoji između empirijske raspodele podataka i Gausove krive? Ovo je procena koju je najbolje doneti vizuelnim pregledom raspodele podataka.

ŠTA UKOLIKO PODACI ZAISTA ODSTUPAJU OD MODELA NORMALNE RASPODELE?

U ovom slučaju se preporučuje transformacija podataka i ponovo proveravanje pretpostavki o normalnosti. Uobičajene su logaritamska transformacija i korenovanje podataka.

Druga mogućnost je upotreba neparametrijskih testova koji nemaju pretpostavke o distribuciji podataka i koji se mogu koristiti umesto njihovih parametrijskih ekvivalenta.



TESTIRANJE HOMOGENOSTI VARIJANSE

Leveneov test se obično koristi kako bi se testirala nulta pretpostavka po kojoj su varijanse u različitim grupama jednake. Ukoliko je p-vrednost ispod .05, to ukazuje na to da su varijanse nejednake. U JASP-u je Levenov test deo provere pretpostavki u okviru t-testa za nezavisne uzorke ([T-Tests > Independent Samples T-Test](#)) i analize varijanse ([ANOVA > ANOVA](#)).

Koristeći bazu podataka "Exploring data.csv", treba pokrenuti [T-Tests > Independent Samples t-test](#) i prebaciti varijablu pod nazivom *Variable 1* okvir pod nazivom [Variables](#), dok varijablom pod nazivom *Group* treba prebaciti u okvir [Grouping variable](#), a potom pod [Assumption Checks](#) označiti [Equality of variances](#).

The screenshot shows the JASP software interface for performing a T-Test. The main window displays the 'Independent Variables' dialog. On the left, under 'Independent Variables', 'Variable 1' is selected. On the right, under 'Dependent Variables', 'Variable 1' is also selected. Below this, the 'Grouping Variable' section shows 'Group' selected. At the bottom, the 'Assumption Checks' section has 'Equality of variances' checked. To the right, the 'Missing Values' section shows 'Exclude cases analysis by analysis' selected. Below the dialog, the output table for 'Test of Equality of Variances (Levene's)' is shown:

	F	df	p
Variable 1	0.218	1	0.643

U ovom slučaju ne postoji značajna razlika u varijansama između dve grupe $F(1) = 0.22, p = .64$.

Pretpostavka o homoscedascitetu (tj. o jednakosti varijansi) važna je u linearnoj regresiji u istoj meri u kojoj je važna i pretpostavka o linearnosti. Prema ovoj pretpostavci, varijansa podataka oko regresione linije je ista duž cele prediktorske ose. Heteroscedascitet (narušen homoscedascitet) postoji onda kada varijansa zavisne varijable nije ista duž celog raspona vrednosti nezavisne varijable. Ovo se može vizuelno proceniti grafičkim prikazom stvarnih reziduala u odnosu na predviđene reziduale ([Regression > Linear Regression > Plots > Residuals vs. predicted](#)).

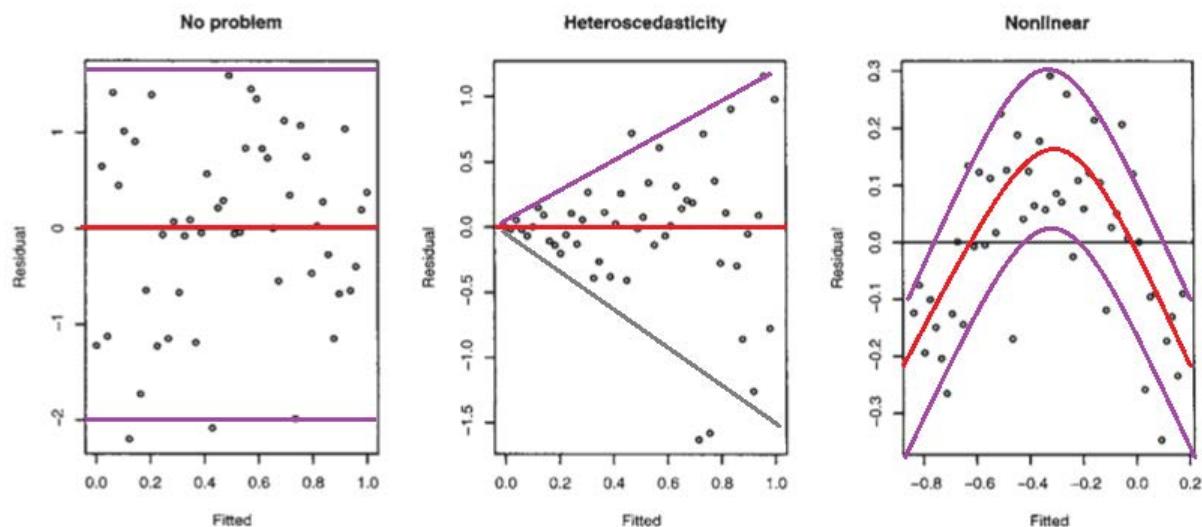


▼ Plots

Residuals Plots

- Residuals vs. dependent
- Residuals vs. covariates
- Residuals vs. predicted
- Residuals vs. histogram
- Standardized residuals
- Q-Q plot standardized residuals
- Partial plots

Ukoliko pretpostavke o homoscedascitetu i linearnosti nisu narušene, onda ne bi trebalo da postoji veza između onoga što model predviđa i njegovih grešaka, što je situacija prikazana na levom grafikonu. Kada su tačke raspoređene u obliku levka (srednji grafikon), to ukazuje na heteroscedascitet, dok bilo koja krivulja (desni grafikon) ukazuje na nelinearnost.





TRANSFORMACIJA PODATAKA

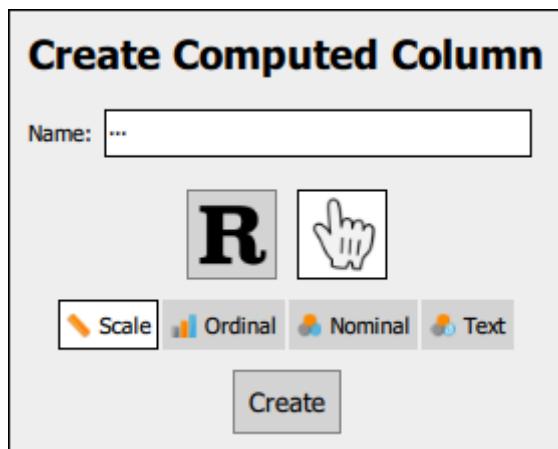
Mogućnost izračunavanja novih varijabli odnosno transformisanja podataka uvedena je u verziji 0.9.1. U nekim slučajevima može biti od koristi izračunavanje razlike između ponovljenih merenja ili se, na primer, može primeniti logaritamska transformacija kako bi se raspodela podataka učinila približnija modelu normalne distribucije.

Kada se otvori baza podataka, znak plus (+) se pojavljuje nakon poslednje kolone.

	Group	Variable 1	Variable 2	Variable 3	+
1	1	912	2.78	0.29	
2	1	826	4.89	0.55	
3	1	1004	6.79	0.47	
4	1	982	6.24	1.58	
5	1	920	8.59	0.76	
6	1	814	5.86	0.76	

Klikom na + otvara se mali prozor u kojem je moguće:

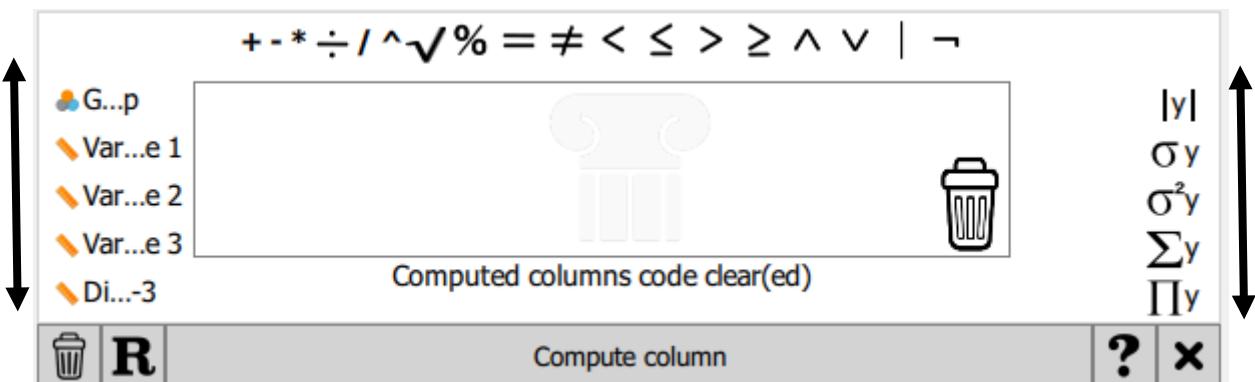
- Uneti ime nove ili transformisane varijable,
- Izabrati da li se unosi R kod direktno ili se koriste JASP komande,
- Izabrati koji tip podataka je potreban.



Jednom kada je varijabla imenovana i kada su odabране ostale opcije, treba kliknuti na [Create](#).



Ukoliko je odabrana opcija za ručni unos (a ne za R kod), onda će biti prikazan prozor nalik onom sa donje slike u kojem se nalaze sve unapred predviđene opcije za kreiranje i transformisanje varijabli. Iako to možda nije vidljivo na prvi pogled, moguće je kretati se vertikalno i kroz opcije sa leve i kroz opcije sa desne strane kako se videle dodatne varijable ili dodatni operatori.



Moglo bi nas zanimati, na primer, da napravimo novu varijablu, odnosno kolonu podataka koja pokazuje razliku između *Variable 2* i *Variable 3*. Kada unesemo naziv nove varijable u prozoru [Create Computed Column](#), ovaj naziv se pojavljuje u bazi podataka. Sada je potrebno matematički definisati novu varijablu. U ovom slučaju potrebno je prevući *Variable 2* u okvir za definisanje varijable, onda prevući minus, i na kraju prevući *Variable 3*.

Diff 2-3

The dialog box shows the expression $\text{Var...e 2} - \text{Var...e 3}$. The sidebar on the left lists variables: G...p, Var...e 1, Var...e 2, Var...e 3, and Di...-3. The sidebar on the right lists statistical functions: $|y|$, σy , $\sigma^2 y$, Σy , and Πy . The main area contains a trash bin icon. Below the main area is a toolbar with a trash bin icon, a bold 'R' button, a 'Compute column' button, a question mark icon, and an 'X' icon. Red arrows point from the sidebar variable list to the '-' sign in the expression.

	Group	Variable 1	Variable 2	Variable 3	f _x Diff 2-3	
1	1	912	2.78	0.29		
2	1	826	4.89	0.55		
3	1	1004	6.79	0.47		



U slučaju greške, treba koristiti kantu u donjem desnom uglu okvira.

Kada je formula za izračunavanje varijable uneta, treba kliknuti na [Compute column](#) i podaci će biti prikazani.

Diff 2-3

$$+ - * \div / ^ \sqrt \% = \neq < \leq > \geq \wedge \vee | -$$

G...p	Var...e 2 - Var...e 3	Group	Variable 1	Variable 2	Variable 3	Diff 2-3	?	x
Var...e 1								
Var...e 2								
Var...e 3								
Di...-3								

Computed columns code applied

	Group	Variable 1	Variable 2	Variable 3	Diff 2-3
1	1	912	2.78	0.29	2.49
2	1	826	4.89	0.55	4.34
3	1	1004	6.79	0.47	6.32

Ukoliko ne želimo da zadržimo novu varijablu, uklonićemo novu kolonu tako što ćemo kliknuti na drugu ikonicu sa kantom u donjem levom uglu (odmah pored ikonice R).

Drugi primer je logaritamska transformacija podataka. U ovom slučaju ćemo *Variable 1* transformisati tako što ćemo tražiti odgovarajući operator sa leve strane i onda odabrati $\log_{10}(y)$ opciju. Treba zameniti oznaku "y" varijablom koju želimo da transformišemo i potom kliknuti [Compute column](#). Po završetku treba kliknuti na X ikonicu u donjem desnom uglu kako bi se zatvorio prozor za transformisanje.

Log10 Variable 1

$$+ - * \div / ^ \sqrt \% = \neq < \leq > \geq \wedge \vee | -$$

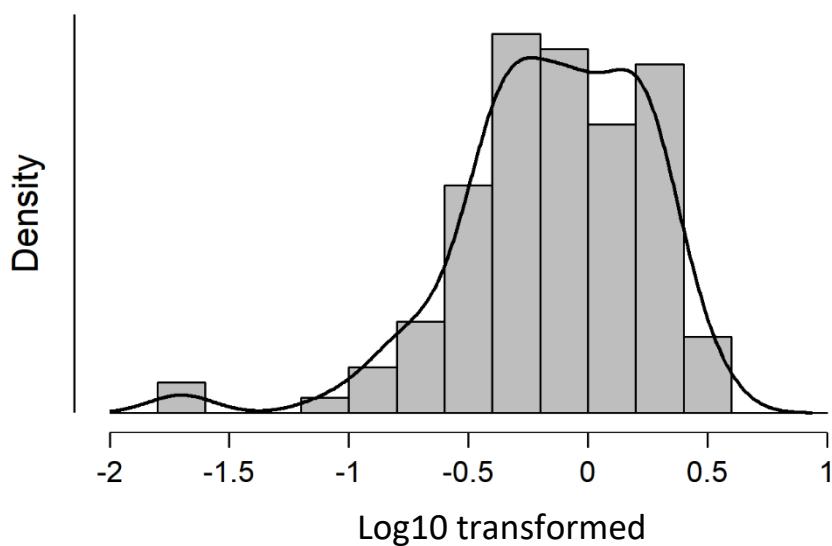
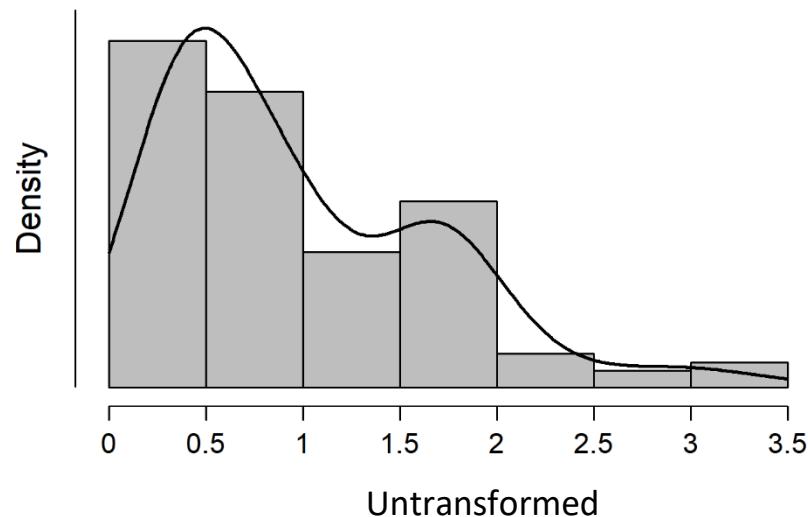
G...p	log10(Var...e 1)	Group	Variable 1	Variable 2	Variable 3	Log10 Variable 1	?	x
Var...e 1								
Var...e 2								
Var...e 3								
Log10...ble 1								

Computed columns code applied

	Group	Variable 1	Variable 2	Variable 3	Log10 Variable 1
1	1	912	2.78	0.29	2.95999
2	1	826	4.89	0.55	2.91698
3	1	1004	6.79	0.47	3.00173



Dva donja grafikona raspodele (Descriptives > Descriptives statistics > Plots > Distribution plots) prikazuju netransformisane i log10 transformisane podatke. Očigledno, zakrivljeni podaci su nakon transformacije dobili raspodelu koja u većoj meri nalikuje normalnoj.

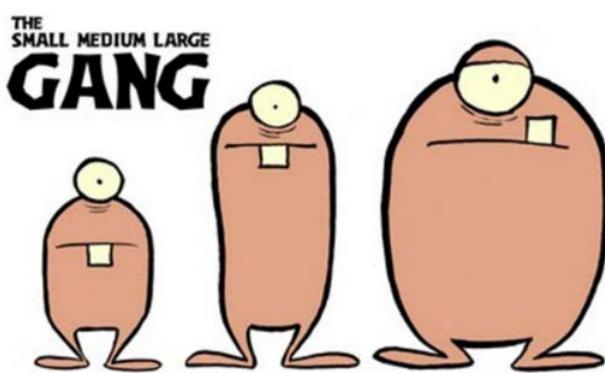


Ukoliko koristimo funkciju **Export** da izvezemo podatke, treba da imamo u vidu da ćemo izvesti i nove varijable koje su u međuvremenu napravljene.



VELIČINA EFEKTA

Kada primenjujemo statističke testove na podacima, mi utvrđujemo vrednosti relevantnih statistika (kao što su r , t , ili F) i pripadajuću p-vrednost kako bismo na osnovu nje odlučili da li ćemo odbaciti nultu hipotezu, ili je nećemo odbaciti. Niska p-vrednost (< 0.05) u mnogim analizama predstavlja dokaz protiv nulte hipoteze i tada kažemo da je rezultat statistički značajan, dok visoka p-vrednost (> 0.05) samo znači da ne postoji dovoljno dokaza da bi se odbacila nulta hipoteza, odnosno da nije dostignut nivo statističke značajnosti. Niska p-vrednost se ponekad pogrešno interpretira kao isključivi pokazatelj intenzivnije povezanosti između varijabli. Ovde treba biti oprezan i razumeti da je značajnost zavisi i od intenziteta povezanosti dve varijable, ali i od veličine uzorka. Bilo kako bilo, ono što nam je pored testiranja nulte hipoteze potrebno jeste metod za precizno utvrđivanje veličine efekta.



Veličina efekta je statistička mera koja se koristi kako bi se utvrdila snaga povezanosti dve varijable ili veličina razlike između dve i više grupa na nekoj varijabli. Za razliku od p-vrednosti, veličina efekta se može koristiti kako bi se kvantitativno uporedili rezultati različitih studija.

Na primer, poređenje visine 11-godišnje i 12-godišnje dece može pokazati statistički značajnu razliku u korist 12-godišnjaka, ali koju je relativno teško vizuelno primetiti jer je veličina efekta mala. Sa druge strane, statistički značajna razlika u visini između 11-godišnjaka i 16-godišnjaka je očigledna, što je primer snažnijeg efekta.

Veličine efekta se po pravilu iskazuju na jedan od tri načina:

- Standardizovane razlike proseka,
- Koeficijenti korelacija, i
- Količnici šanse.



Kada se posmatraju razlike između grupa, većina tehnika je primarno zasnovana na razlikama proseka podeljenim standardnim devijacijama. U donjoj tabeli su prikazane mere veličine efekta koje se u okviru JASP-a dobijaju prilikom izvođenja t-testa i analize varijanse.

Test	Mera	Trivijalni	Mali	Srednji	Veliki
Razlika između grupa					
Parametrijski	Koenovo d	< 0.2	0.2	0.5	0.8
	Hedžisovo g	< 0.2	0.2	0.5	0.8
Neparametrijski	Rang-biserijalna (r_B)	< 0.1	0.1	0.3	0.5
ANOVA					
	Eta kvadrat (η^2)	< 0.1	0.1	0.25	0.37
	Parcijalni eta kvadrat (η_p^2)	< 0.01	0.01	0.06	0.14
	Omega kvadrat (ω^2)	< 0.01	0.01	0.06	0.14

Kada se analiziraju bivariatne ili multivariatne relacije, veličine efekta su zapravo koeficijenti korelacije:

Test	Mera	Trivijalni	Mali	Srednji	Veliki
Korelacija	Koeficijent korelacije (r)	< 0.1	0.1	0.3	0.5
	Spirmanovo ro	< 0.1	0.1	0.3	0.5
	Kendalov tau	< 0.1	0.1	0.3	0.5
Višestruka regresija	Koef. multiple determinacije (R)	< 0.1	0.1	0.3	0.5

Kada se analiziraju relacije između kategoričkih varijabli putem tabela kontigencije, odnosno bivariatnog hi-kvadrat testa, tada se fi-koeficijent koristi samo za tabele reda 2x2, dok se Kramerovo V može koristiti za tabele bilo koje veličine.

Tabele kontigencije	df	Mali	Srednji	Veliki
Fi (samo 2x2) i Kramerovo V	1	0.1	0.3	0.5
Kramerovo V	2	0.07	0.21	0.35
Kramerovo V	3	0.06	0.17	0.29
Kramerovo V	4	0.05	0.15	0.25
Kramerovo V	5	0.04	0.13	0.22

Za tabele kontigencije 2x2 moguće je definisati i količnik šansi kao meru veličine efekta.



T-TEST ZA JEDAN UZORAK

Istraživanja se po pravilu izvode na uzorcima formiranim iz populacije. Jedno od pitanja koja možemo da postavimo jeste u kojoj meri, koliko precizno uzorak predstavlja populaciju u celinu. Parametrijski t-test za jedan uzorak (eng. one-sample t-test) određuje da li se vrednost uzoračkog proseka statistički značajno razlikuje u odnosu na neki pretpostavljeni populacioni prosek.

Nulta hipoteza (H_0) glasi da je uzorački prosek jednak populacionom proseku.

PRETPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

Četiri pretpostavke je potrebno zadovoljiti kako bi t-test za jedan uzorak pružio valjane rezultate:

- Test varijabla treba da bude merena najmanje na intervalnom nivou merenja,
- Observacije treba da budu nezavisne, tj. podaci ne smeju da budu međusobno povezani,
- Podaci bi trebalo da budu približno normalno raspodeljeni, i
- Ne bi trebalo da bude značajnih autlajera.

POKRETANJE T-TESTA ZA JEDAN UZORAK

Treba otvoriti bazu podataka "one sample t-test.csv" koja ima dve kolone podataka koji predstavljaju telesnu visinu (cm) i telesnu masu (kg) uzorka populacije muškaraca. U 2017 godini, prosečan odrasli muškarac u Velikoj Britaniji bio je visok 178 cm i težak 83.6 kg.

Treba otići na **T-Tests > One-Sample t-test** i u prvom koraku dodati visinu (*height*) u okvir sa desne strane. Potom treba označiti sledeće opcije i uneti 178 kao vrednost koja se testira:

Tests	Additional Statistics
<input checked="" type="checkbox"/> Student	<input checked="" type="checkbox"/> Location parameter
<input type="checkbox"/> Wilcoxon signed-rank	<input type="checkbox"/> Confidence interval <input type="text" value="95"/> %
<input type="checkbox"/> Z Test	<input checked="" type="checkbox"/> Effect Size
Test value: <input type="text" value="178"/>	<input type="checkbox"/> Confidence interval <input type="text" value="95"/> %
Std. deviation: <input type="text" value="1"/>	<input checked="" type="checkbox"/> Descriptives
Alt. Hypothesis	<input type="checkbox"/> Descriptives plots
<input checked="" type="radio"/> ≠ Test value	Confidence interval <input type="text" value="95"/> %
<input type="radio"/> > Test value	<input type="checkbox"/> Vovk-Sellke maximum p-ratio
<input type="radio"/> < Test value	
Assumption checks	Missing Values
<input checked="" type="checkbox"/> Normality	<input checked="" type="radio"/> Exclude cases analysis by analysis
	<input type="radio"/> Exclude cases listwise



RAZUMEVANJE ISPISA

Ispis bi trebalo da sadrži tri tabele.

Test of Normality (Shapiro-Wilk)

	W	p
height	0.969	0.507

Note. Significant results suggest a deviation from normality.

Šapiro-Vilk test nije dao značajan rezultat što ukazuje na to da se mere visine normalno raspodeljuju, odnosno da ova pretpostavka nije narušena. Da je ovaj test pokazao značajno odstupanje, onda bi analizu trebalo ponoviti korišćenjem njegovog neparametrijskog pandana, Vilksoksonovog testa predznaka (eng. Wilcoxon's signed-rank test) kojim se testira odstupanje od populacione medijane.

One Sample T-Test ▾

	t	df	p	Mean Difference	Cohen's d
height	-0.382	22	0.706	-0.391	-0.080

Note. Student's t-test.

Note. For the Student t-test, location parameter is given by mean difference *d*.

Note. For the Student t-test, effect size is given by Cohen's *d*.

Note. For all tests, the alternative hypothesis specifies that the population mean is different from 178.

Gornja tabela pokazuju da nije postojala statistički značajna razlika između opažene uzoračke i pretpostavljene populacione mere poseka ($t(22) = -0.38, p = .71$).

Descriptives

	N	Mean	SD	SE
height	23.000	177.609	4.915	1.025

Deskriptivni podaci pokazuju da je prosečna visina u uzorku bila 177.6 cm, što je neznatno niže u odnosu na prosečnih 178 cm u populaciji.

Ova procedura je ponovljena i u slučaju telesne mase (varijabla *mass*), pri čemu je kao test vrednost postavljeno 83.6.

Test of Normality (Shapiro-Wilk)

	W	p
mass	0.941	0.185

Note. Significant results suggest a deviation from normality.

Šapiro-Vilkov test nije bio statistički značajan, što znači da se mere telesne mase raspodeljuju normalno.



One Sample T-Test

	t	df	p	Mean Difference	Cohen's d
mass	-7.159	22	< .001	-10.487	-1.493

Note. Student's t-test.

Note. For the Student t-test, location parameter is given by mean difference *d*.

Note. For the Student t-test, effect size is given by Cohen's *d*.

Note. For all tests, the alternative hypothesis specifies that the population mean is different from 83.4.

Gornja tabela pokazuje značajnu razliku između uzoračkog proseka (72.9 kg) i populacionog proseka (83.6 kg), i to na nivou $p < .001$.

Descriptives

	N	Mean	SD	SE
mass	23.000	72.913	7.025	1.465

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

T-test za jedan uzorak nije pokazao značajne razlike u visini ispitanog uzorka u odnosu na populacioni prosek ($t(22) = -0.38, p = .71$). Sa druge strane, ispitanici u ovom istraživanju su bili dosta lakši u odnosu na prosečnog stanovnika Ujedinjenog Kraljevstva ($t(22) = -7.159, p < .001$).



BINOMNI TEST

Binomni test je efektivan neparametrijski pandan t-testu za jedan uzorak koji se koristi onda kada imamo dihotomnu (npr. da/ne) varijablu. Ovim testom se proverava da li je frekvencija u uzorku statistički značajno različita u odnosu na neku poznatu ili pretpostavljenu populacionu frekvenciju.

Nulta hipoteza (H_0) glasi da su uzoračke frekvencije jednake očekivanim populacionim frekvencama.

PRETPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

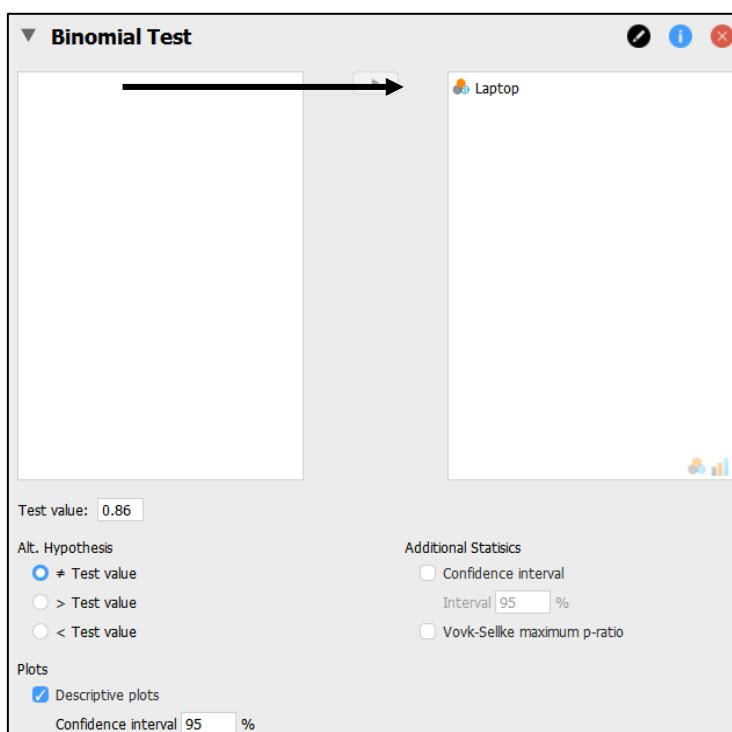
Tri uslova je potrebno ispuniti da bi binomni test dao valjane rezultate:

- Test varijabla je dihotomnog tipa (npr. da/ne, muškarci/žene, itd.),
- Podaci bi trebalo da budu nezavisni, i
- Uzorak je reprezentativan za populaciju.

POKRETANJE BINOMNOG TESTA

Otvoriti fajl "binomial.csv", koji sadrži jednu kolonu podataka o tome da li studenti jednog univerziteta koriste *Windows* ili *MacBook* laptopove. U januaru 2018 godine, kada su poređena samo ova dva sistema, na tržištu Velike Britanije učešće *Windowsa* je bilo 86%, a *Mac IOS-a* 14%³.

Treba pokrenuti **Frequencies > Binomial test**, prevući varijablu *Laptop* u odgovarajući prozor i postaviti **Test value** (test vrednost) na 0.86 (86%). Takođe, treba označiti **Descriptive plots**.



³ <https://www.statista.com/statistics/268237/global-market-share-held-by-operating-systems-since-2009/>

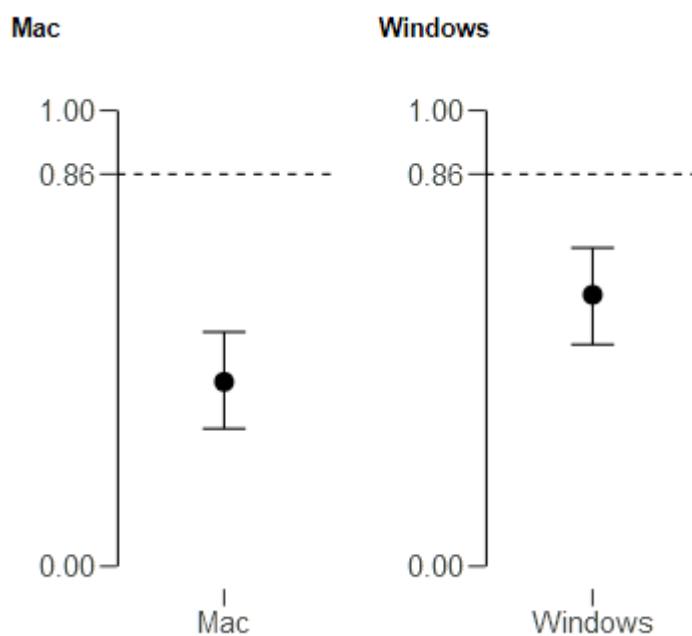


Naredna tabela i grafikon pokazuju da su frekvence za oba tipa laptopa statistički značajno niže od 86%. Naime, studenti daleko ređe koriste *Windows* laptopove nego što je to očekivano s obzirom na učešće ovih računara na ukupnom UK tržištu.

Binomial Test

Laptop	Level	Counts	Total	Proportion	p
	Mac	36	89	0.404	< .001
	Windows	53	89	0.596	< .001

Note. Proportions tested against value: 0.86.

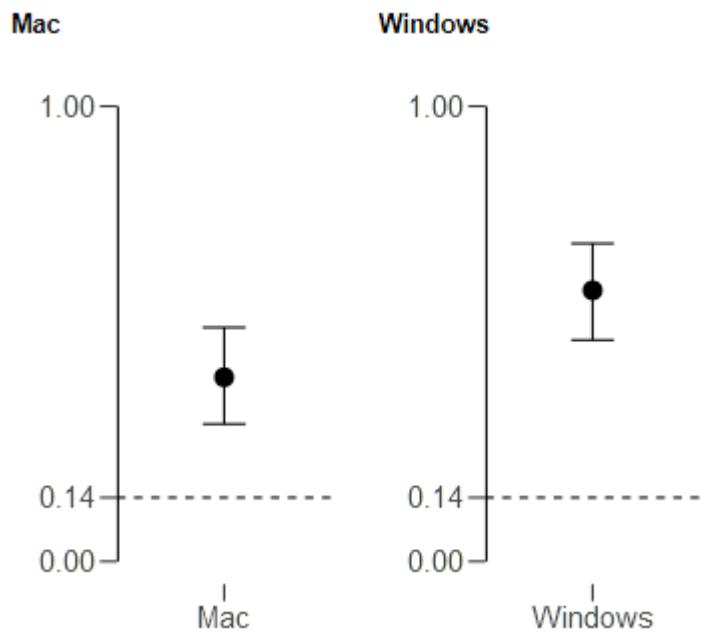


Da li ovo važi i za korisnike *MacBook-a*? Sada se vraćamo nazad na [Options](#) prozor i menjemo test vrednost na 0.14 (14%). Ovog puta su obe frekvence značajno više od 14%. Takav rezultat pokazuje da studenti značajno češće koriste *MacBook* nego što je to očekivano s obzirom na udeo ovih računara na ukupnom tržištu UK.

Binomial Test

Laptop	Level	Counts	Total	Proportion	p
	Mac	36	89	0.404	< .001
	Windows	53	89	0.596	< .001

Note. Proportions tested against value: 0.14.



IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Proporcija korisnika *Windows* i *MacBook* prenosnih računara u UK je 86% i 14%, tim redosledom. Na uzorku studenata univerziteta ($N = 90$), binomni test je pokazao da je proporcija studenata koji koriste Windows latpotove bila niža (59.6%, $p < .001$), a onih koji koriste MacBooks značajno viša (40.4%, $p < .001$) u odnosu na očekivanu.



MULTINOMNI TEST

Multinomni test je proširena verzija binomnog testa koji se koristi za kategoričke varijable koje imaju tri ili više nivoa. Ovim testom se proverava da li frekvence u uzorku značajno odstupaju od pretpostavljenih populacionih frekvenci (tada ga zovemo multinomni test) ili nekih poznatih frekvenci (tada ga zovemo univariatni hi-kvadrat test; eng. chi-square ‘goodness-of-fit’ test).

Nulta hipoteza (H_0) glasi da su uzoračke frekvence jednake očekivanim populacionim frekvencama.

PRETPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

Tri uslova je potrebno ispuniti da bi multinomni test dao valjane rezultate:

- Test varijabla je kategorička i sadrži najmanje tri kategorije (npr. plava/crna/smeđa),
- Podaci bi trebalo da budu nezavisni,
- Uzorak je reprezentativan za populaciju.

POKRETANJE MULTINOMNOG TESTA

Otvoriti fajl “multinomial.csv” koji sadrži tri kolone sa podacima o broju bombona različitih boja koje su izbrojane u pet pakovanja bombona. Bez dodatnih saznanja, pretpostavljano da su bombe različitih boja u ovim pakovanjima zastupljene u podjednakoj meri.

Treba otići u [Frequencies > Multinomial test](#) i prevući varijablu *Colour* u polje *Factor*, a varijablu *Observed* u polje *Counts*. Treba iznačiti opcije *Descriptives* i *Descriptives Plots*.

Multinomial Test

Factor: Colour

Counts: Observed

Expected Counts

Test Values:

- Equal proportions (multinomial test)
- Expected proportions (χ^2 test)

Additional Statistics:

- Descriptives
- Confidence interval 95 %
- Vovk-Dellke maximum p-ratio

Display:

- Counts
- Proportions

Plots:

- Descriptives plot

Confidence interval 95 %



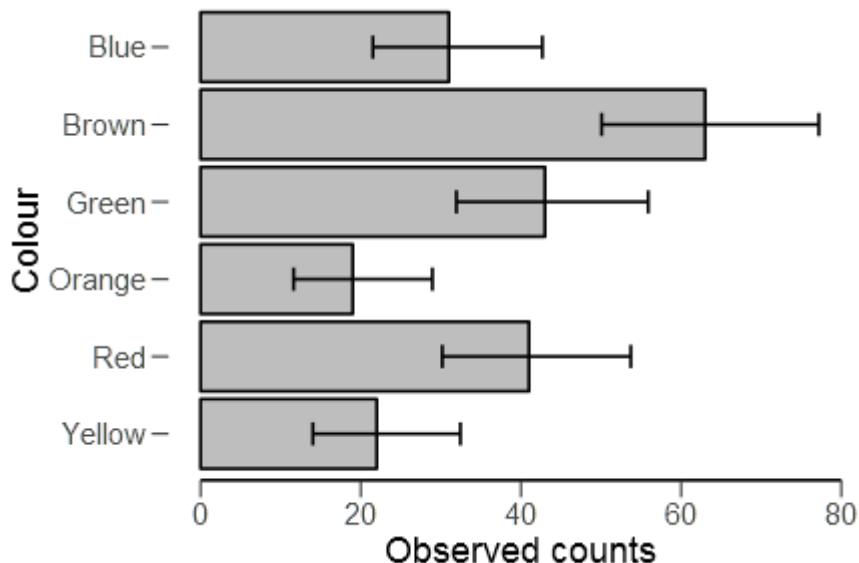
Kao što se može videti u [Descriptives](#) tabeli iz ispisa, multinomni test prepostavlja da će se svaka od šest boja bombona javiti jednak broj puta (po 36). Rezultati testa pokazuju da je opažena distribucija značajno različita ($p < .001$) u odnosu na uniformnu distribuciju.

Multinomial Test

	X ²	df	p
Multinomial	35.932	5	< .001

Descriptives

Colour	Observed	Expected: Multinomial
Blue	31	36
Brown	63	36
Green	43	36
Orange	19	36
Red	41	36
Yellow	22	36





UNIVARIJATNI HI-KVADRAT TEST

Pretpostavimo, međutim, da nas dalje istraživanje dovodi do informacije o tome da proizvođač pakuje bombone u nejednakim proporcijama:

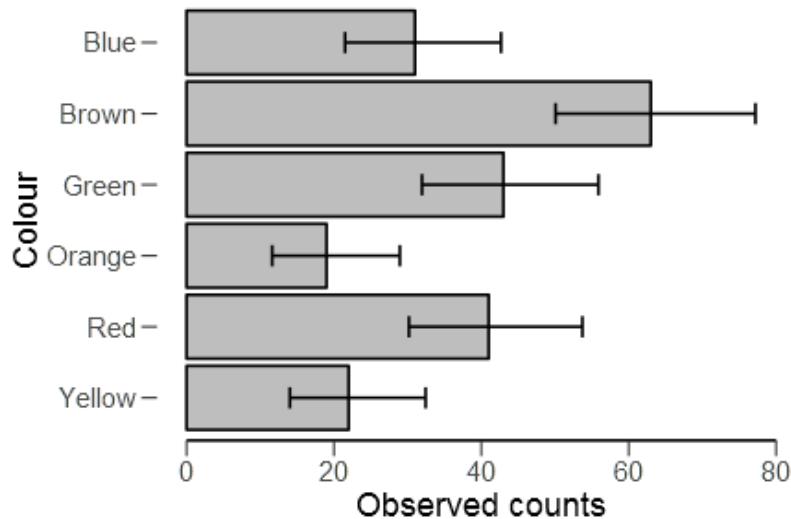
Boja	Plava	Braon	Zelena	Narandžasta	Crvena	Žuta
Proporcija	24	13	16	20	13	14

Ove vrednosti se sada mogu koristiti kao očekivane vrednosti, i u tom smislu varijablu *Expected* treba prevući u okvir *Expected Counts*. Ovo će automatski pokrenuti univarijatni χ^2 test (i zasiviti opcije koje se tiču testiranja hipoteza).

Kao što se može videti u *Descriptives* tabeli, JASP je izračunao očekivane vrednosti za različite boje bombona. Rezultati testa pokazuju da su opažene proporcije različitih boja bombona statistički značajno različite ($\chi^2 = 74.5$, $p < .001$) i u odnosu na proporcije koje prijavljuje proizvođač.

Multinomial Test			
	χ^2	df	p
Expected	74.535	5	< .001

Descriptives			
Colour	Observed	Expected: Expected	
Blue	31	52	
Brown	63	28	
Green	43	35	
Orange	19	43	
Red	41	28	
Yellow	22	30	





MULTINOMNI TEST I UNIVARIJATNI HI-KVADRAT TEST

JASP predviđa i još jednu opciju gde je moguće pokrenuti oba testa istovremeno. Treba se vratiti na [Options](#) prozor i dodati samo varijablu *Colour* u okvir *Factor* i varijablu *Observed* u okvir *Counts*, a ukloniti *Expected* iz *Expected Counts*. U okviru *Test Values* treba označiti [Expected proportions \(\$\chi^2\$ test\)](#). Ovo će otvoriti mali prozor sa tabelom koja pokazuje boje i kolonu H_0 (a) u kojoj svaka ćelija ima vrednost 1. Ovim se iznosi nulta pretpostavka da su proporcije svih boja jednake (multinomni test). U ovom prozoru treba dodati još jednu kolonu koja će automatski biti iznačena sa H_0 (b). U ovoj koloni je moguće uneti očekivane proporcije za svaku boju.

Test Values

Equal proportions (multinomial test)
 Expected proportions (χ^2 test)

	H_0 (a)	H_0 (b)
Blue	1	24
Brown	1	13
Green	1	16
Orange	1	20
Red	1	13
Yellow	1	14

Add Column
Delete Column
Reset

Kada se ova analiza pokrene, prikazuju se rezultati testova za dve odvojene hipoteze. H_0 (a) testira nultu hipotezu po kojoj su boje jednakomodno raspoređene, dok H_0 (b) testira nultu pretpostavku po kojoj su opažene proporcije iste kao i očekivane. Kao što se može videti, obe hipoteze su odbačene.

Multinomial Test			
	χ^2	df	p
H_0 (a)	35.932	5	< .001
H_0 (b)	74.535	5	< .001

Descriptives			
Colour	Observed	Expected	
		H_0 (a)	H_0 (b)
Blue	31	36	52
Brown	63	36	28
Green	43	36	35
Orange	19	36	43
Red	41	36	28
Yellow	22	36	30



POREĐENJE DVE NEZAVISNE GRUPE

T-TEST ZA NEZAVISNE UZORKE

Parametrijski t-test za nezavisne uzorke (eng. independent samples t-test), poznat i pod nazivom Studentov test, koristi se kako bi se ispitalo da li između dve nezavisne grupe postoji statistički značajna razlika u prosecima na nekoj numeričkoj zavisnoj varijabli. Ovaj test se primenjuje onda kada imamo jednu numeričku varijablu na barem intervalnom nivou merenja (npr. telesna masa) i nezavisnu dihotomnu varijablu (npr. pol).

Rezultat testa je t-skor, odnosno t-statistik koji predstavlja količnik razlike proseka dve grupe i varijacija unutar ove dve grupe:

$$t = \frac{\text{prosek grupe 1} - \text{prosek grupe 2}}{\text{standardna greška razlike proseka}}$$
$$t = \frac{(X_1 - X_2)}{\sqrt{\frac{(S_1)^2}{n_1} + \frac{(S_2)^2}{n_2}}}$$

X = prosek
S = standardna devijacija
n = veličina uzorka

Visoke vrednosti t-statistika ukazuju na veću razliku između grupa. Što je manji t-skor, to su grupe sličnije. Vrednost t-statistika od 5 znači da se grupe pet puta više razlikuju između sebe nego unutar sebe.

Nulta hipoteza (H_0) glasi da su populacioni proseci za dve nezavisne grupe isti.

PRETPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

Nezavisnost grupe

Grupe moraju biti nezavisne jedna od druge. Svaki ispitanik može pripadati samo jednoj grupi. Na primer, ispitanik može biti ili muškarac ili žena. Sa druge strane, zavisne mere se procenjuju korišćenjem t-testa za ponovljena merenja (eng. paired samples t-test).

Normalnost raspodele zavisne varijable

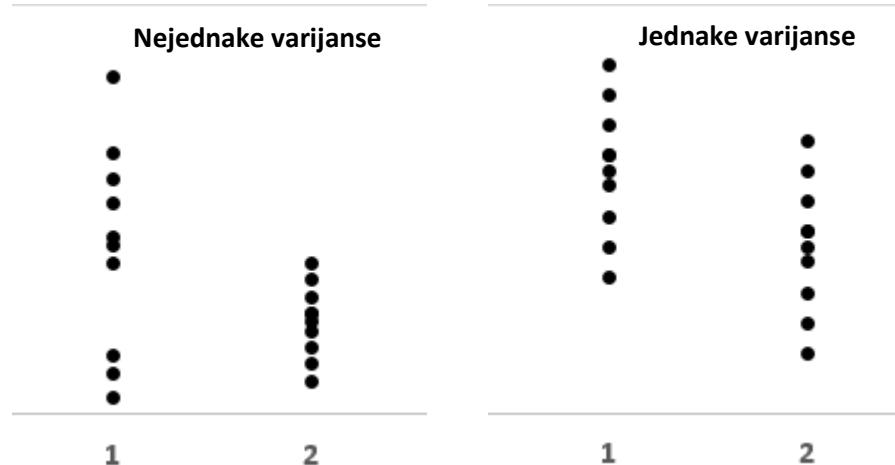
Zavisna varijabla bi trebalo da bude merena bar na intervalnom nivou, kao i da bude približno normalno raspodeljena, bez značajnih autlajera. Ova pretpostavka se može proveriti korišćenjem Šapiro-Vilk testa. T-test je prilično robustan, i male devijacije u odnosu na normalnost su prihvatljive. Bilo kako bilo, ovo neće biti slučaj ukoliko su razlike u veličini grupa velike. Pravilo palca je da količnik frekvenci objekata u dve grupe ne bude veći od 1.5 (npr. ako grupa A ima 12 ispitanika, onda bi grupa B trebalo da ima najmanje 8, a najviše 18 ispitanika).

Ukoliko je pretpostavka o normalnosti narušena, podaci se mogu transformisati (na primer, logaritamskom transformacijom ili korenovanjem) ili, ukoliko su grupe veoma različitih veličina, može se koristiti Man-Vintijev (Mann-Whitney) U test koji je neparametrijski ekvivalent i koji ne zahteva normalnost raspodele.



Homogenost varijansi

Varijanse zavisne varijable bi trebalo da budu približno jednake u dve grupe. Ova prepostavka se može proveriti korišćenjem Leveneovog testa jednakosti varijansi (eng. Levene's test of equality of variances).

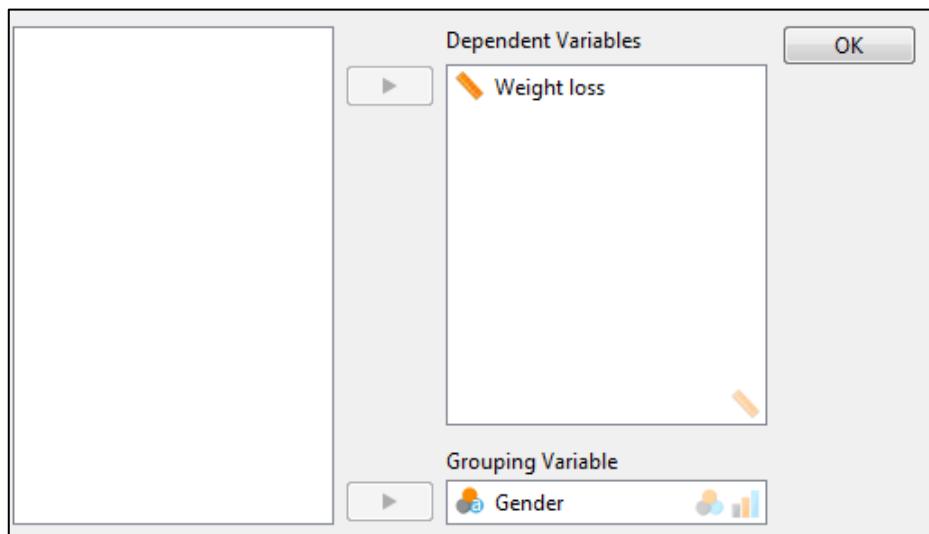


Ukoliko je Leveneov test statistički značajan, to znači da varijanse u dve grupe nisu jednake. Tada treba koristiti korigovanu vrednost t-statistika dobijenu primenom Velšove (Welch) formule.

POKRETANJE T-TESTA ZA NEZAVISNE UZORKE

Otvoriti fajl "Independent t-test.csv" koji sadrži mere smanjena telesne mase nakon desetonedeljne dijete, za muškarce i žene. Dobra je praksa da se pre pokretanja t-testa provere distribucije i pogledaju kutijasti dijagram u okviru deskriptivnih analiza kako bi se vizuelno stekao utisak o raspodeli i autlajerima.

Pokrenuti **T-Tests > Independent Samples t-test**, pa prevući varijablu *Weight loss* u polje **Dependent Variable**, a varijablu *Gender* u **Grouping Variable** polje.





U prozoru za analize, treba označiti sledeće opcije:

Independent Samples T-Test

Variables: Weight loss

Grouping Variable: Gender

Tests:

- Student
- Welch
- Mann-Whitney

Alt. Hypothesis:

- Group 1 ≠ Group 2
- Group 1 > Group 2
- Group 1 < Group 2

Assumption Checks:

- Normality
- Equality of variances

Additional Statistics:

- Location parameter
- Confidence interval 95 %
- Effect Size
- Cohen's d
- Glass' delta
- Hedges' g
- Confidence interval 95 %
- Descriptives
- Descriptives plots
- Confidence interval 95 %
- Vovk-Sellke maximum p-ratio

Missing Values:

- Exclude cases analysis by analysis
- Exclude cases listwise

RAZUMEVANJA ISPISA

Ispis bi trebalo da se sastoji iz četiri tabele i jednog grafikona. Prvo, treba proveriti da li su zadovoljene parametrijske prepostavke.

Test of Normality (Shapiro-Wilk)

		W	p
Weight loss	Females	0.968	0.282
	Males	0.971	0.310

Note. Significant results suggest a deviation from normality.

Šapiro-Vilk test pokazuje da obe grupe imaju normalno raspodeljene podatke, što znači da prepostavka o normalnosti nije narušena. Ukoliko bi jedna ili obe grupe pokazale značajna odstupanja od normalnosti na zavisnoj varijabli, koristili bismo neparametrijski ekvivalent, Man-Vitnijev test.



Test of Equality of Variances (Levene's)

	F	df	p
Weight loss	2.278	1	0.135

Leveneov test pokazuje da ne postoje razlike u varijansama, što znači da nije narušena ni prepostavka o homogenosti varijansi. Da je Leveneov test bio značajan, zanimalo bi nas t-statistik koji je korigovan prema Velšovom postupku, kao i pripadajući mu broj stepeni slobode (df) i nivo značanosti (p).

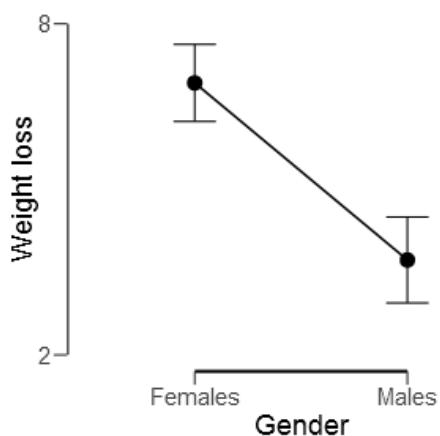
Independent Samples T-Test

	Test	Statistic	df	p	Mean Difference	SE Difference	Cohen's d
Weight loss	Student	6.160	85.000	< .001	3.209	0.521	1.322
	Welch	6.191	84.544	< .001	3.209	0.518	1.325

Gornja tabela upravo pokazuje dva izračunata t-statistika, Studentov i Velšov. Treba se setiti da je t-statistik izračunat tako što je srednja razlika podeljena standardnom greškom razlike. Oba statistika pokazuju da je razlika između dve grupe statistički značajna ($p < .001$), dok Koenovo d ukazuje na to da je u pitanju snažan efekat.

Group Descriptives

	Group	N	Mean	SD	SE
Weight loss	Females	42	6.929	2.242	0.346
	Males	45	3.720	2.588	0.386



Na osnovu deskriptivnih podataka zaključujemo da su žene izgubile više na težini u odnosu na muškarce.

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

T-test za nezavisne uzorke pokazuje da žene gube značajno više na težini nakon desetonedeljne dijete ($t(85) = 6.16, p < .001$), dok vrednost Koenovog d od 1.32 ukazuje na snažan efekat pola.



MAN-VITNIJEV U TEST

Ukoliko podaci nisu normalno raspodeljeni (značajni rezultat Šapiro-Vilk testa) ili su ordinalnog nivoa merenja, treba koristiti neparametrijsku zamenu u vidu Man-Vitnijevog U testa.

Otvoriti fajl pod nazivom "Mann-Whitney pain.csv" u kojem se nalaze subjektivne procene bola sa i bez terapije ledom. NAPOMENA: treba proveriti da li je varijabla *Treatment* označena kao kategorička, a varijabla *Pain score* kao ordinalna. Treba ponovo oticiti u **T-Tests > Independent t-tests** i prevući *Pain score* u okvir za zavisnu varijablu, a *Treatment* u okvir za grupnu (nezavisnu) varijablu.

U opcijama za analizu treba označiti samo:

- ✓ [Mann-Whitney](#)
- ✓ [Location parameter](#)
- ✓ [Effect size](#)

Ne postoje razlozi za ponavljanje testa za proveru prepostavki jer Man-Vitnijev test ne zahteva da budu zadovoljeni uslovi normalnosti raspodele niti homogenosti varijanse, kao što to zahtevaju parametrijski testovi.

RAZUMEVANJE ISPISA

Ovog puta se dobija samo jedna tabela:

Independent Samples T-Test				
	W	p	Hodges-Lehmann Estimate	Rank-Biserial Correlation
Pain score	207.000	< .001	3.000	0.840

Note. Mann-Whitney U test.

Man-Vitnijev U-statistik (JASP ga piše kao W jer zapravo predstavlja adaptaciju Vilkoksonovog testa predznaka) visoko je značajan ($U = 207, p < .001$).

Parametar lokacije, Odžis-Leman (Hodges–Lehmann) procena, jeste mediana razlike između dve grupe. Rank-biserijalna korelacija (r_B) se može smatrati veličinom efekta i interpretirati na isti način kao Pirsonovo r, te u tom smislu 0.84 predstavlja veoma visok efekat.

Kada imamo neparametrijske podatke, treba izvestiti o vrednostima medijane i interkvartilnog raspona i koristiti kutijasti dijagram umesto linijskog grafikona sa intervalima poverenja. U okviru **Descriptive statistics** treba prevući *Pain score* u okvir variable i podeliti fajl (opcija [Split](#)) varijablom *Treatment*, u podmeniju **Plots** označiti **Boxplot**, **Color**, i **Boxplot element**, a u podmeniju **Statistics** označiti **Median** i **IQR**.

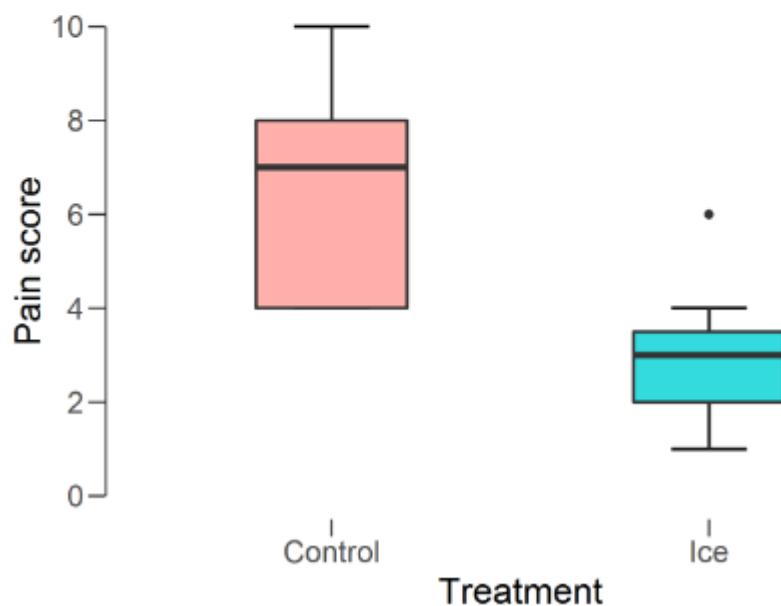


Descriptive Statistics

	Pain score	
	Control	Ice
Valid	15	15
Missing	0	0
Median	7.000	3.000
MAD	2.965	1.483

Boxplots

Pain score



IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Man-Vitnijev test pokazuje da ispitanici koji su prošli terapiju ledom imaju značajno nižu samoprocenu bola ($Mdn = 3$) u odnosu na kontrolnu grupu ($Mdn = 7$), $U = 207$, $p < .001$.



POREĐENJE DVE ZAVISNE GRUPE

T-TEST ZA ZAVISNE UZORKE

Parametrijski t-test za zavisne uzorke (eng. paired-samples t-test), koji se ponekad naziva i t-test za ponovljena merenja, poređi proseke između dve povezane grupe na nekoj numeričkoj varijabli. Na primer, mogli bismo da ispitujemo težinu pre i posle četvoronedeljne dijete.

$$\text{t-statistik (zavisni uzorci)} = \frac{\text{prosečna razlika između parova}}{\text{standardna greška prosečne razlike}}$$

Nulta hipoteza (H_0) glasi da je razlika proseka u dva merenja jednaka nuli.

PRETPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

Četiri uslova je potrebno ispuniti da bi t-test za zavisne uzorke dao valjane rezultate:

- Zavisna varijabla treba da bude najmanje na intervalnom nivou merenja,
- Nezavisna varijabla bi trebalo da se sastoji od dve grupe koje su povezane, odnosno svaki član jedne grupe bi trebalo da ima svog para u drugoj grupi,
- Razlike između parova merenja bi trebalo da budu približno normalno raspodeljene,
- Ne bi trebalo da postoje značajni autlajeri u merama razlika između dve grupe.

POKRETANJE T-TESTA ZA ZAVISNE UZORKE

Otvoriti fajl "Paired t-test.csv" koji sadrži dve kolone uparenih podataka – telesnu masu pre i nakon četvoronedeljne dijete. Treba pokrenuti **T-tests > Paired Samples t-test**. Obe varijable treba prebaciti u okvir sa desne strane.

The screenshot shows the 'Paired Samples T-Test' dialog in JASP. On the left, under 'Variables', there are two items: 'Pre diet body mass' and 'Post 4 weeks diet', each preceded by an orange icon. Between these two items is a grey arrow pointing to the right. On the right, there is a box labeled 'Variables' containing the same two items: 'Pre diet body mass' and 'Post 4 weeks diet'. In the bottom right corner of this box is a small orange pencil icon.



U okviru analize, treba označiti sledeće:

Tests	Additional Statistics
<input checked="" type="checkbox"/> Student	<input checked="" type="checkbox"/> Location parameter
<input type="checkbox"/> Wilcoxon signed-rank	<input type="checkbox"/> Confidence interval 95 %
Alt. Hypothesis	<input checked="" type="checkbox"/> Effect Size
<input checked="" type="radio"/> Measure 1 ≠ Measure 2	<input type="checkbox"/> Confidence interval 95 %
<input type="radio"/> Measure 1 > Measure 2	<input checked="" type="checkbox"/> Descriptives
<input type="radio"/> Measure 1 < Measure 2	<input checked="" type="checkbox"/> Descriptives plots
Assumption Checks	Confidence interval 95 %
<input checked="" type="checkbox"/> Normality	<input type="checkbox"/> Vovk-Sellke maximum p-ratio
	Missing Values
	<input checked="" type="radio"/> Exclude cases analysis by analysis
	<input type="radio"/> Exclude cases listwise

RAZUMEVANJE ISPISA

Ispis bi trebalo da sadrži tri tabele i jedan grafikon.

Test of Normality (Shapiro-Wilk)

		W	p
Pre diet body mass	- Post 4 weeks diet	0.975	0.124

Note. Significant results suggest a deviation from normality.

Šapiro-Vilkov test nije značajan što ukazuje na to da su skorovi razlike normalno distribuirani, odnosno da ova pretpostavka nije narušena. Ukoliko bi ovaj test, pak, bio statistički značajan, bilo bi potrebno pokrenuti neparametrijski pandan t-testa za zavisne uzorke – Vilkoksonov test ekvivalentnih parova (eng. Wilcoxon's signed-rank test).

Paired Samples T-Test

		t	df	p	Mean Difference	SE Difference	Cohen's d
Pre diet body mass	- Post 4 weeks diet	13.039	77	<.001	3.782	0.290	1.476

Note. Student's t-test.

Druga tabela pokazuje da postoji značajan pad telesne mase nakon četiri nedelje dijete. Prosečna razlika je 3.78 kg, a Koenovo d ukazuje na to da je u pitanju veliki efekat.



Deskriptivni statistici prikazani u donjoj tabeli pokazuju smanjenje telesne mase nakon četvoronedeljne dijete.

Descriptives

	N	Mean	SD	SE
Pre diet body mass	78	72.526	8.723	0.988
Post 4 weeks diet	78	68.744	9.009	1.020



IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

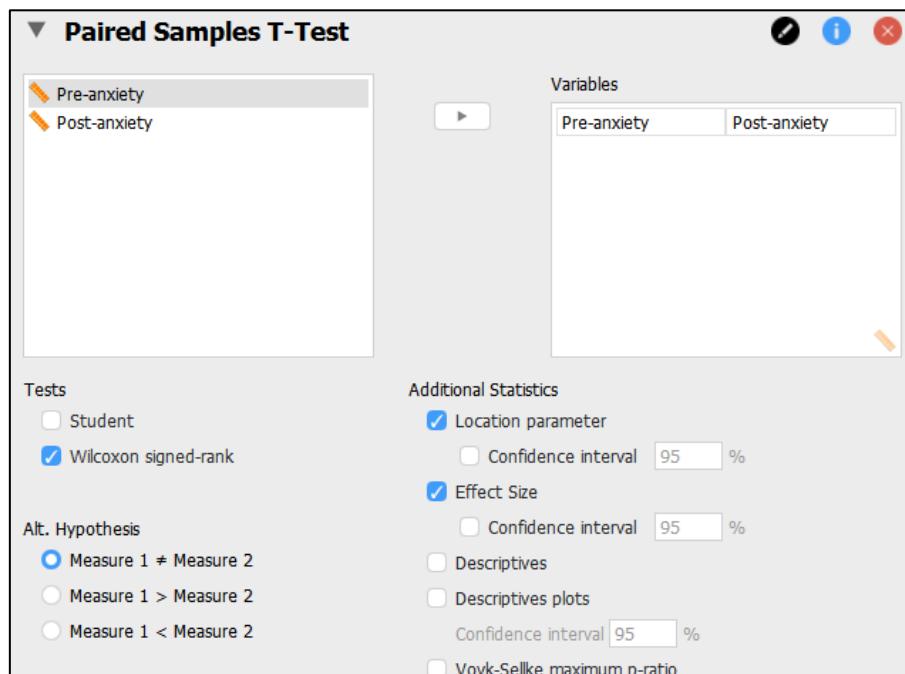
U proseku, ispitanici su izgubili 3.78 kg ($SE = 0.29$) telesne mase nakon četvoronedeljne dijete. Rezultati t-testa pokazuju da je ovaj pad značajan ($t(77) = 13.04, p < .001$), a vrednost Koenovog d od 1.48 ukazuje na to da je u pitanju veoma snažan efekat.



VILKOKSONOV TEST EKVIVALENTNIH PAROVA

Ukoliko se ispostavi da podaci nisu normalno raspodeljeni, odnosno ukoliko Šapiro-Vilkov test daje značajan rezultat, ili ukoliko su podaci ordinalni, tada umesto t-testa za zavisne uzorke treba koristiti Vilkoksonov test ekvivalentnih parova.

Otvoriti fajl "Wilcoxon's rank.csv" koji sadrži dve kolone u kojima se nalaze mere anksioznosti pre i nakon hipnoterapije. Treba proveriti u bazi podataka da li je obema varijablama pripisan ordinalni nivo merenja. Pokrenuti **T-Tests > Paired Samples t-test** i pratiti iste instrukcije kao i u prethodnoj analizi, ali sada treba označiti sledeće opcije:



Ovog puta postoji samo jedna tabela u ispisu:

Paired Samples T-Test		W	p	Hodges-Lehmann Estimate	Rank-Biserial Correlation
Pre-anxiety	-	Post-anxiety	322.000	< .001	8.000

Note. Wilcoxon signed-rank test.

Rezultati pokazuju da je Vilkoksonov W-statistik visoko značajan ($p < .001$).

Parametar lokacije (eng. location parameter), odnosno Odžis-Leman procena, jeste medijana mera razlike između dve grupe. Rang-biserijalna korelacija (r_B) može se smatrati merom veličine efekta i interpretira se na isti način kao i Pirsonovo r , tako da vrednost od 0.48 označava efekat srednjeg intenziteta.

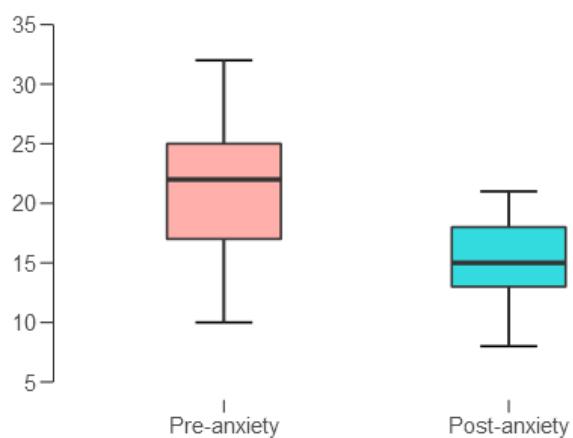
Veličina efekta	Trivijalan	Mali	Srednji	Veliki
Rang – biserijalna (r_B)	< 0.1	0.1	0.3	0.5



Za neparametrijske podatke treba izvestiti o vrednosti medijane i IQR-a, pri čemu od grafikona treba koristiti kutijasti dijagram.

Descriptive Statistics

	Pre-anxiety	Post-anxiety
Valid	29	29
Missing	0	0
Median	22.000	15.000
Std. Deviation	5.766	3.307
MAD	7.413	2.965



IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

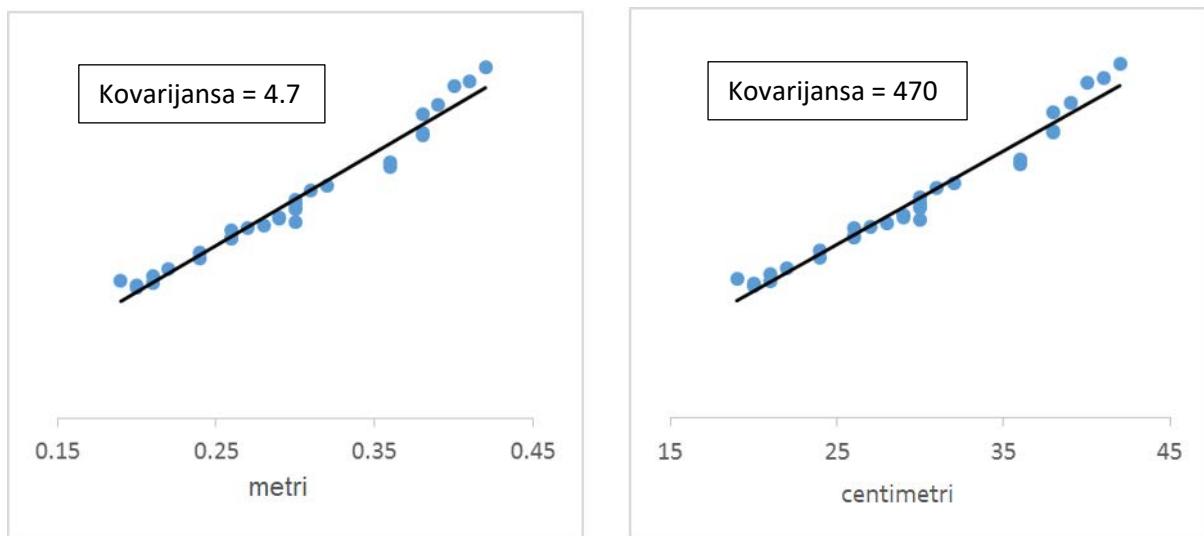
Vilkoksonov test ekvivalentnih parova pokazuje da su nakon hipoterapije skorovi anksioznosti ($Mdn = 15$) niži u odnosu na period pre hipnoterapije ($Mdn = 22$), kao i da je ova razlika statistički značajna ($W = 322$, $p < .001$).



KORELACIONA ANALIZA

Korelaciona analiza predstavlja statističku tehniku koja se koristi da bi se ustanovilo da li su dve varijable povezane i, ukoliko jesu, koliko je snažna (jaka, intenzivna) ova povezanost. Korelacija o kojoj se govori na narednim stranama vezana je za numeričke podatke ordinalnog, intervalnog i racionalnog nivoa merenja i ne može se koristiti za čisto kategoričke podatke, za koje treba koristiti tabele kontigencije (videti poglavlje "Bivarijatni hi-kvadrat test").

Ovde je suštinsko pitanje da li dve varijable ko-variraju, odnosno da li promene jedne varijable odražavaju slične promene na drugoj varijabli? Da li dok jedna varijabla odstupa od svog proseka u jednom smeru druga varijabla odstupa u istom tom ili u drugom smeru? Kovariranje se može proceniti merenjem kovarijanse. Problem sa kovarijansom, međutim, tiče se njene nestandardizovanosti. Na primer, možemo izračunati kovarijansu dve varijable izražene u metrima, ali ako iste vrednosti prevedemo u centimetre, dobijamo sasvim drugu vrednost kovarijanse.



Kako bi se prevazišao ovaj problem, koristi se standardizovana kovarijansa, poznata pod nazivom Pirsonov koeficijent korelacije (r). Ovaj koeficijent ima raspon vrednosti od -1 do +1. Što je r bliže vrednostima +1 ili -1, to su dve varijable snažnije povezane. Ukoliko je r blizu 0, ne postoji povezanost između varijabli. Ukoliko je r pozitivno, onda sa porastom vrednosti jedne varijable raste i vrednost druge varijable. Ukoliko je r negativno, onda dok vrednost jedne varijable raste, vrednost druge opada.

Koeficijent korelacije (r) treba razlikovati od r^2 (koeficijent determinacije) ili R (koeficijent multiple korelacije u regresionej analizi).

Osnovne prepostavke ove analize su normalnost raspodele podataka i linearost odnosa dve varijable (analiza neće uspešno raditi ukoliko je veza između dve varijable krivolinijska).



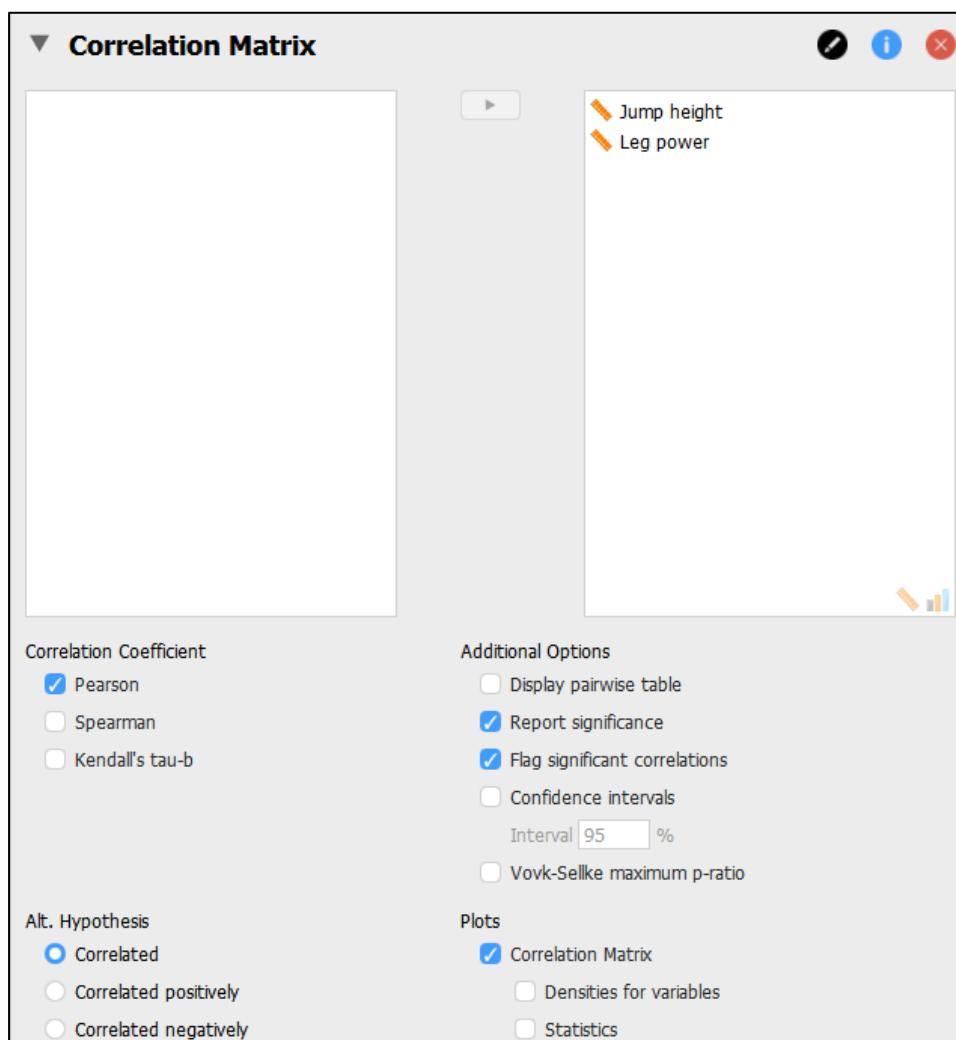
POKRETANJE KORELACIONE ANALIZE

Nulta hipoteza (H_0) glasi da ne postoji povezanost između dve varijable.

Pokrenuti fajl pod nazivom "Jump height correlation.csv" koji sadrži dve kolone podataka, visinu skoka (m) i eksplozivnu snagu nogu (W). Prvo treba pokrenuti [Descriptive statistics](#) i proveriti kutijaste dijagrame kako bi se utvrdilo da li postoje autlajeri.

Da bi se pokrenula korelaciona analiza, treba otići u [Regression > Correlation matrix](#). Varijable treba prenesti u okvir sa desne strane i označiti:

- ✓ Pearson,
- ✓ Report significance (izvestiti o značajnosti),
- ✓ Flag significant correlations (označiti značajne korelacije), i
- ✓ Correlation matrix (korelaciona matrica) u podmeniju [Plots](#).





RAZUMEVANJE ISPISA

Prva tabela prikazuje korelacionu matricu sa vrednostima Pirsonovog r i pripadajućim p-vrednostima. Ovde vidimo statistički značajnu korelaciju ($p < .001$) sa visokom vrednošću $r = .98$.

Pearson Correlations		
	Jump height	Leg power
Jump height	Pearson's r	—
	p-value	—
Leg power	Pearson's r	0.984***
	p-value	< .001

* $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

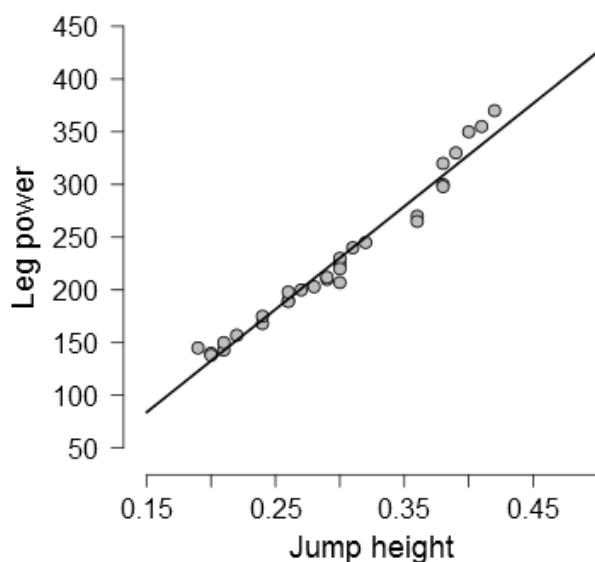
Za jednostavne korelacione analize poput ove, lakše je pogledati tabelu sa parovima varijabli (eng. pairwise table) koja se dobija tako što u opcijama označimo [Display pairwise table](#). Ovo zamenjuje matricu korelacija u rezultatima, što može olakšati čitanje rezultata.

Pearson Correlations		Pearson's r	p
Jump height	-	Leg power	0.984***
			< .001

* $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

Pirsonovo r je zapravo veličina efekta pri čemu su vrednosti < 0.1 trivijalne, vrednosti 0.1 - 0.3 predstavljaju slabe efekte, 0.3 – 0.5 efekte umerene jačine, a vrednosti preko 0.5 snažne efekte.

Donji grafikon pruža jednostavan vizuelni prikaz snažne pozitivne korelacije ($r = 0.984$, $p < .001$).





KORAK DALJE

Ukoliko kvadriramo koeficijent korelacije, dobijamo koeficijent determinacije (r^2). Ovo je statistička mera proporcije varijanse jedne varijable koja je objašnjena drugom varijablom:

$$r^2 = \text{objašnjena varijabilnost} / \text{ukupna varijabilnost}$$

Teorijski raspon vrednosti r^2 je između 0% i 100%, pri čemu:

- 0% ukazuje na to da model ne objašnjava nimalo varijabiliteta zavisne varijable,
- 100% ukazuje na to da model objašnjava svu varijabilnost zavisne varijable.

U našem primeru je $r = 0.984$, tako da je $r^2 = 0.968$, što ukazuje na to da eksplozivna snaga nogu objašnjava 96.8% varijacija u visini skoka.

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Pirsonova korelacija pokazuje značajnu povezanost između visine skoka i snage nogu ($r = .98, p < .001$).

POKRETANJE NEPARAMETRIJSKE KORELACIJE – Spearmanovo ro i Kendalov tau

Kada su podaci ordinalni ili su u pitanju intervalni podaci koji ne zadovoljavaju pretpostavke o normalnosti i/ili linearnosti odnosa, tada treba koristiti neparametrijske alternative Pirsonovom koeficijentu korelacije.

Alternative su Spearmanov ro i Kenadalov tau koeficijenti korelacije. Oba su zasnovana na rangiranju podataka i nisu osetljiva na pojavu autlajera ili neispunjeno uslova normalnosti/varijabilnosti.

Spearmanovo ro se uglavnom koristi za ordinalne podatke, dok se Kendalov tau koristi u malim uzorcima ili kada se podaci grupišu oko nekoliko vrednosti. U većini slučajeva, Kendalov tau i Spearmanova rang korelacija daju slične vrednosti i vode istim zaključcima.

Smernice za klasifikovanje veličine efekta su slične kao u slučaju Pirsonovog r. Osnovna razlika je u tome što ro^2 može biti korišćen kao neparametrijska aproksimacija koeficijenta determinacije, dok to ne važi za Kendalov tau.

Iz direktorijuma sa bazama podataka treba otvoriti fajl "Non-parametric correlation.csv" koji sadrži dve kolone podataka, skor kreativnosti i plasman na takmičenju za najvećeg lažova na svetu (u pitanju su izmišljeni podaci preuzeti od Endija Filda).

Treba pokrenuti istu analizu kao i ranije ([Regression > Correlation matrix](#)), ali sada u opcijama treba označiti [Spearman](#) i [Kendall's tau-b](#) koeficijente umesto Pirsonovog.



Correlation Coefficient <input type="checkbox"/> Pearson <input checked="" type="checkbox"/> Spearman <input checked="" type="checkbox"/> Kendall's tau-b	Additional Options <input type="checkbox"/> Display pairwise table <input checked="" type="checkbox"/> Report significance <input checked="" type="checkbox"/> Flag significant correlations <input type="checkbox"/> Confidence intervals Interval <input type="text" value="95"/> % <input type="checkbox"/> Vovk-Sellke maximum p-ratio
Alt. Hypothesis <input checked="" type="radio"/> Correlated <input type="radio"/> Correlated positively <input type="radio"/> Correlated negatively	Plots <input checked="" type="checkbox"/> Correlation Matrix <input type="checkbox"/> Densities for variables <input type="checkbox"/> Statistics

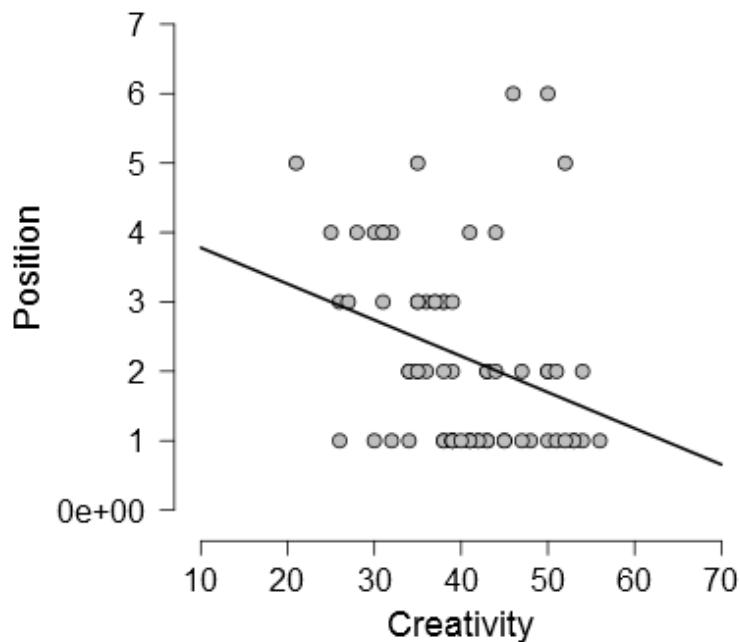
RAZUMEVANJE ISPISA

Kao što se vidi iz ispisa, postoji značajna povezanost između skora kreativnosti i konačnog plasmana na takmičenju za najvećeg lažova na svetu - što je skor viši to je plasman bolji. Ipak, treba imati u vidu da je ova povezanost umerenog intenziteta.

Correlation Table

	Creativity	Position	Spearman		Kendall	
			rho	p	tau B	p
	Creativity	-	-0.373**	0.002	-0.300**	0.001

* p < .05, ** p < .01, *** p < .001





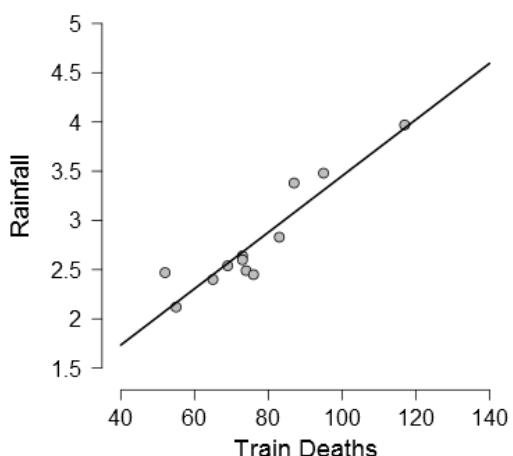
NAPOMENA

Korelacija daje samo informaciju o jačini povezanosti, ali ne i o tome koja varijabla deluje na koju. Korelacija ne znači uzročnu vezu. Često značajna korelacija ne znači apsolutno ništa i posledica je čiste slučajnosti, posebno onda kada koreliramo hiljade varijabli. Ovo se može videti u sledećim neobičnim korelacijama:

Broj ubijenih pešaka na železničkim prelazima korelira sa količinom padavina u Misuriju.

Pearson Correlations

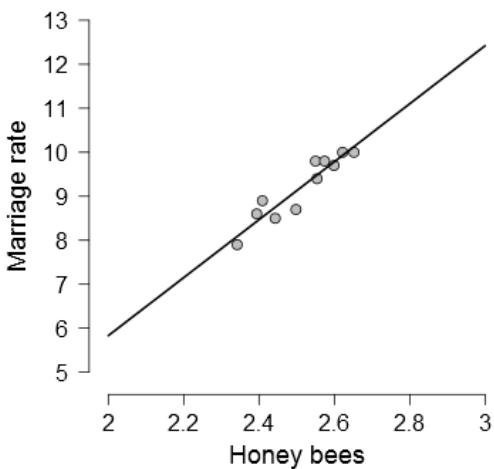
		Pearson's r	p
Train Deaths	- Rainfall	0.928	< .001



Broj kolonija medonosnih pčela (u hiljadama) snažno korelira sa brojem sklopljenih brakova u Kaliforniji (u hiljadama brakova).

Pearson Correlations

		Pearson's r	p
Honey bees	- Marriage rate	0.938	< .001





REGRESIJA

Dok korelacija ispituje povezanost između varijabli, regresija predstavlja naredni korak koji se uglavnom koristi u slučaju prediktivnih analiza, odnosno za potrebe predviđanja vrednosti zavisne varijable na osnovu jedne (jednostruka regresija) ili većeg broja (višestruka regresija) nezavisnih prediktorskih varijabli.

Regresija daje hipotetički model odnosa između kriterijuma i prediktora. Model koji se koristi u linearnoj regresiji definisan je formulom:

$$y = a + b * x + \epsilon$$

- y = vrednost na zavisnoj varijabli,
- a = intercept (konstantna),
- b = koeficijent nagiba,
- x = vrednost na nezavisnoj prediktorskoj varijabli,
- ϵ = greška (rezidual).

Linearna regresija daje procenu i intercepta (a) i nagiba (b).

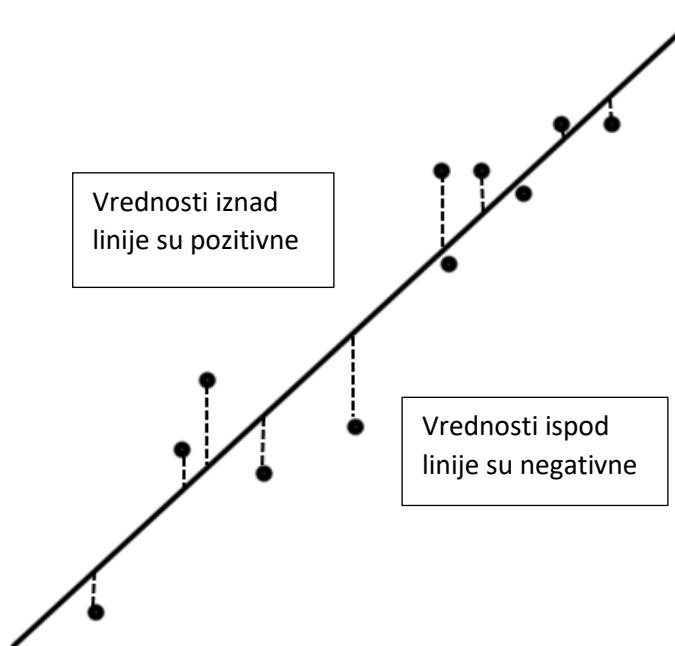
Linearna regresija počiva na sledećim prepostavkama:

1. Linearni odnos - odnos dve varijable se može predstaviti pravom linijom,
2. Odsustvo autolajera (linearna regresija je osetljiva na njihovu pojavu),
3. Nezavisnost varijabli,
4. Multivariatna normalnost: sve varijable treba da budu normalno distribuirane,
5. Homoscedascitet: homogenost varijansi reziduala,
6. Minimalna multikolinearnost / autokorelisanost: odsustvo snažne povezanosti nezavisnih varijabli/reziduala.

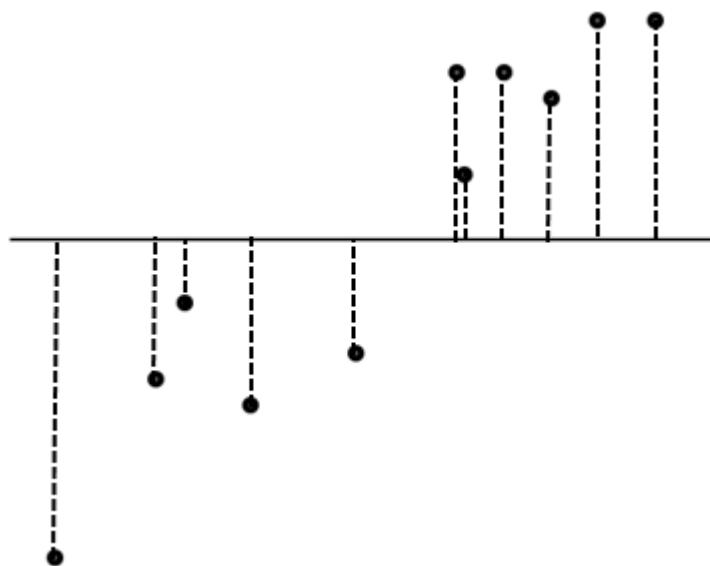
Što se tiče veličine uzorka, u literaturi postoje razne preporuke, poput one da bi trebalo da postoji 10-15 puta više ispitanika nego prediktora, ili da se broj ispitanika računa po formuli $50 + 8 \times \text{broj prediktora}$. Suštinski, što je veći uzorak, to je regresioni model bolji.

SUME KVADRATA (dosadna, ali važna tema za razumevanje regresionih modela)

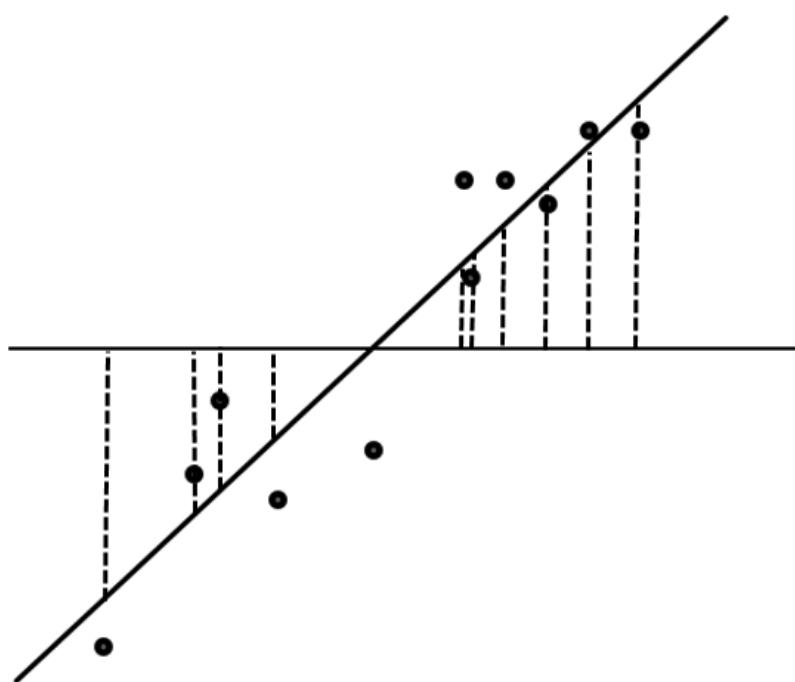
Većina regresionih analiza daje najbolji mogući model odnosa između prediktora i kriterijuma. Ovde se bavimo pitanjima procene pouzdanosti modela i toga koliko greške model sadrži. Na ova pitanja odgovore dajemo procenjujući "kvalitet fitovanja" (eng, 'the goodness of fit') korišćenjem suma kvadratnih odstupanja ili, kraće – suma kvadrata (eng. sum of squares). Ovim postupkom se meri koliko su podaci zapravo blizu modelovane regresione linije.



Vertikalna odstupanja podataka od predviđene regresione linije su poznata pod nazivom reziduali ili greške procene. Ove vrednosti se kvadriraju kako bi se izbegao negativan predznak i potom se sumiraju kako bi dobila suma rezidualnih kvadratnih odstupanja (SS_R). Ova mera predstavlja procenu greške modela ili "kvaliteta fitovanja", i što joj je vrednost manja to model sadrži manje greške.



Vertikalna odstupanja podataka od proseka zavisne varijable se takođe kvadriraju kako bi se izbegao negativan predznak, a potom se sumiraju kako bi se dobila suma ukupnih, totalnih kvadratnih odstupanja (SS_T). Ova vrednost pokazuje u kojoj meri je prosek dobar model zavisne varijable.



Vertikalna odstupanja između proseka zavisne varijable i vrednosti predviđenih putem regresione linije se takođe kvadriraju kako bi se izbegao negativan predznak i potom se sumiraju kako bi se dobila regresiona, odnosno modelska suma kvadriranih odstupanja (SS_M). Ova vrednost pokazuje koliko je model bolji u odnosu na situaciju kada koristimo samo prosek zavisne varijable.

Dakle, što je veći SS_M to je model bolji u predviđanju vrednosti. Ukoliko je ovo praćeno i niskim SS_R to znači da model ima i nisku grešku.

R^2 je sličan koeficijentu determinacije iz korelacije u tome što pokazuje koji se deo varijacija zavisne varijable može objasniti prediktorskim varijablama.

$$R^2 = SS_M / SS_T$$

Regresioni model se procenjuje putem F-statistika koji govori o odnosu regresionih SS_M i rezidualnih odstupanja SS_R . Što je veća vrednost F statistika, to je bolji model.

$$F = \text{srednji } SS_M / \text{srednji } SS_R$$



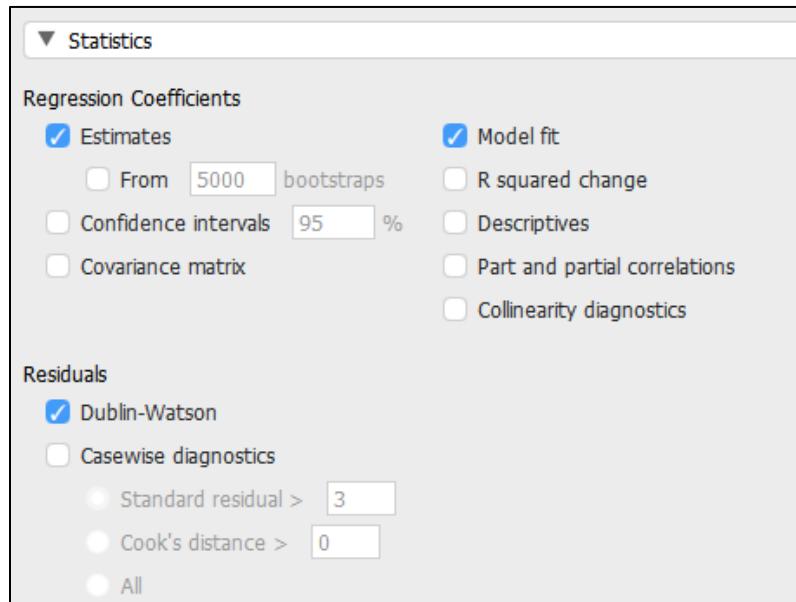
JEDNOSTRUKA REGRESIJA

Nulta hipoteza (H_0) glasi da se zavisna varijabla ne može predviđati pomoću prediktorske varijable.

Otvoriti fajl "Rugby kick regression.csv" koji sadrži sledeće podatke o šutevima u ragbi utakmici: dužina leta lopte (*Distance*), informacije o snazi desne noge (*R_Strength*), snazi leve noge (*L_Strength*) i fleksibilnosti desne i leve noge (*R_Flexibility*, *L_Flexibility*) i bilateralnoj snazi noge (*Bilateral Strength*).

Prvo treba otići u **Descriptives > Descriptive statistics** i proveriti kutijaste dijagrame kako bi se ustanovilo da li postoje autlajeri (u slučaju ove baze podataka, ne postoje).

Za pokretanje analize treba otići u **Regression > Linear regression** i u okvir za zavisnu varijablu prevući varijablu pod nazivom *Distance*, a *R_Strength* u okvir za kovarijate (prediktore). Treba označiti sledeće opcije u meniju **Statistics**:



RAZUMEVANJE ISPISA

Model Summary

Model	R	R ²	Adjusted R ²	RMSE	Durbin-Watson
1	0.784	0.614	0.579	55.285	1.524

U gornjoj tabli se nalazi podatak o tome da je korelacija (r) dve varijable veoma visoka (.78). Vrednost R² od .61 govori o tome da je snaga desne noge odgovorna za 61.4% varijanse u dužini leta lopte. Darbin-Votsonov (Durbin-Watson) statistik testira da li postoji korelacija između reziduala koja bi mogla da invalidira celu regresionu analizu. Vrednost Darbin-Votsonovog statistika bi trebalo da bude iznad 1, a ispod 3, idealno oko 2.



ANOVA

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
1	Regression	53589.863	1	53589.863	17.533	0.002
	Residual	33621.061	11	3056.460		
	Total	87210.923	12			

ANOVA tabela pokazuje sve ranije pomenute sume kvadra. F-statistik je značajan ($p = .002$), što nam govori o tome da je model značajno bolji prediktor dužine leta lopte u odnosu na prosečnu vrednost. O ovome izveštavamo tako što navedemo $F(1, 11) = 17.53, p < .001$.

Coefficients

Model		Unstandardized	Standard Error	Standardized	t	p
1	(Intercept)	57.105	103.588		0.551	0.592
	R_Strength	6.425	1.534	0.784	4.187	0.002

Gornja tabela nam daje nestandardizovane vrednosti koeficijenata koje možemo uključiti u linearu jednačinu.

$$y' = a + b*x$$

y' = procenjena vrednost na zavisnoj varijabli,

a = intercept (konstantna),

b = koeficijent nagiba ($R_strength$)

x = vrednost na nezavisnoj prediktorskoj varijabli

Na primer, za snagu noge od 60 kg, procenjena dužina leta lopte je:

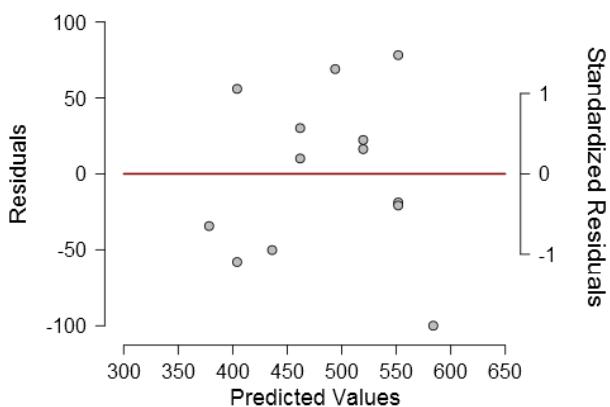
$$\text{Dužina leta} = 57.105 + (6.452 * 60) = 454.6 \text{ m}$$

DALJA PROVERA PREPOSTAVKI

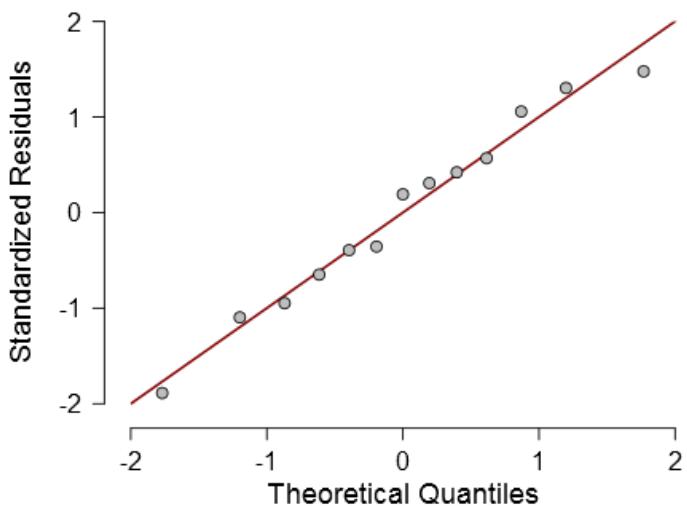
U meniju **Plots** treba označiti sledeće dve opcije:



Ovo će dati dva grafikona.



Gornji grafikon prikazuje balansiranu nasumičnu distribuciju reziduala oko osnove linije ukazujući na to da pretpostavka o homoscedascitetu nije bila prekršena (za detaljnije objašnjenje videti poglavlje Provera ispravnosti podataka).



Q-Q plot pokazuje da standardizovani reziduali leže duž dijagonalne linije što ukazuje na to da ni jedna od dve pretpostavke, o normalnosti raspodele i linearnosti odnosa, nije prekršena.

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Linearna regresija pokazuje da snaga desne noge može značajno da predviđa dužinu leta ragbi lopte nakon šuta ($F(1, 11) = 17.53, p < .001$) korišćenjem sledeće regresione jednačine:

$$\text{Daljina} = 57.105 + (6.452 * R_Strength).$$



VIŠESTRUKA REGRESIJA

I ovaj model je linearan i prati formulu:

$$y = a + b*x + \epsilon$$

y = vrednost na zavisnoj varijabli,

a = intercept (konstantna),

b = koeficijent nagiba

x = vrednost na nezavisnoj prediktorskoj varijabli

ϵ = greška (rezidual)

Međutim, sada imamo više od jednog prediktora (x_1, x_2, x_3, \dots) i samim tim i više koeficijenata nagiba (b_1, b_2, b_3, \dots):

$$y = a + b_1*x_1 + b_2*x_2 + b_3*x_3 + \dots + b_n*x_n + \epsilon$$

Metodi uvođenja varijabli u model

Ukoliko prediktori nisu povezani, onda redosled njihovog uvođenja ima malo efekta na model. U većini slučajeva, međutim, prediktori su povezani do nekog stepena i stoga redosled kojim se uvode u model može da napravi veliku razliku u pogledu krajnjih rezultata. Ovi različiti metodi i dalje su predmet rasprave među statističarima.

Združeno uvođenje (eng. enter metod). Ovo je osnovni metod u kojem svi prediktori ulaze istovremeno u model. Smatra se najboljim metodom.

Uvođenje u blokovima (eng. hierarchical entry). Istraživač, uglavnom na osnovu ranijih saznanja i prethodnih studija, odlučuje o tome kojim redosledom uvodi prediktore u zavisnosti od njihovog značaja za predviđanje kriterijuma. Dodatni prediktori se uključuju u daljim koracima.

Stupnjevito uvođenje unazad (eng. stepwise backward). Ovde se u prvom koraku svi prediktori uvode istovremeno u model i računa se njihov doprinos. Prediktori koji ne zadovoljavaju određeni nivo doprinosa (npr. nisu značajni) se potom uklanaju. Ovaj postupak se nastavlja sve dok svi prediktori ne postanu statisitčki značajni.

Stupnjevito uvođenje unapred (eng. stepwise forward). Prediktor sa najvećom bivarijatnom korelacijom se uvodi prvi. Naredni prediktor se uvode na osnovu semiparcijalne korelacije koju ostvaruju sa zavisnom varijablom. Ovo se ponavlja sve dok se u model ne uključe svi prediktori koji doprinose dodatnom objašnjenju varijanse zavisne varijable.

Stupnjevito uvođenje (eng. stepwise entry). Sličan kao metod stupnjevitog uvođenja unapred, samo što se prilikom uvođenja svakog novog prediktora sprovodi test da bi se ispitao najmanje koristan prediktor. Model se neprestano procenjuje kako bi se videlo da li postoje redundantni prediktori koji se mogu ukloniti.

Postoje mnoge mane korišćenja stupnjevitih modela. Međutim, model uvođenja unazad može biti koristan kada se istražuju ranije nekorišćeni prediktori ili kada se fino podešava model sa ciljem izbora najboljih prediktora iz postojećih opcija.



POKRETANJE VIŠESTRUKE REGRESIJE

Otvoriti fajl "Rugby kick regression.csv". Pokrenuti **Regression > Linear regression** i prevući varijablu *Distance* u okvir za zavisnu varijablu, a sve ostale varijable u okvir za kovarijate, odnosno prediktore.

Linear Regression

Dependent Variable: Distance

Method: Enter

Covariates: R_Strength, L_Strength, R_Flexibility, L_Flexibility, Bilateral Strength

U podajućem meniju **Method** sekcije treba ostaviti **Enter**. Označiti sledeće opcije u **Statistics** podmeniju: **Estimates**, **Model fit**, **Collinearity diagnostics**, i **Durbin-Watson**.

Statistics

Regression Coefficients

Estimates Model fit

From 5000 bootstraps R squared change

Confidence intervals 95 % Descriptives

Covariance matrix Part and partial correlations

Collinearity diagnostics

Residuals

Dublin-Watson

Casewise diagnostics

Standard residual > 3

Cook's distance > 0

All



RAZUMEVANJE ISPISA

Višestruka regresija rezultira sledećim ispisima.

Model Summary

Model	R	R ²	Adjusted R ²	RMSE	Durbin-Watson
1	0.902	0.814	0.681	48.132	1.328

Korigovani koeficijent multiple determinacije R² se koristi onda kada postoji veći broj prediktora i pokazuje da oni zajedno mogu da objasne 68.1% varijanse zavisne varijable. Darbin-Votson statistik za proveru korelacija između reziduala ima vrednost u poželjnom rasponu od 1 do 3.

ANOVA

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
1	Regression	70994.078	5	14198.816	6.129	0.017
	Residual	16216.845	7	2316.692		
	Total	87210.923	12			

ANOVA tabela pokazuje da je F-statistik statistički značajan ($p = .017$) što ukazuje na to da ovaj model ima bolju predikciju dužine leta lopte u odnosu na model koji u obzir uzima samo prosek.

Coefficients

Model		Unstandardized	Standard Error	Standardized	t	p	Collinearity Statistics	
							Tolerance	VIF
1	(Intercept)	-92.367	218.389		-0.423	0.685		
	R_Strength	1.747	3.321	0.213	0.526	0.615	0.162	6.180
	L_Strength	0.703	3.590	0.086	0.196	0.850	0.138	7.231
	R_Flexibility	4.078	4.759	0.373	0.857	0.420	0.140	7.125
	L_Flexibility	-1.339	2.447	-0.135	-0.547	0.601	0.438	2.281
	Bilateral Strength	1.665	0.946	0.423	1.759	0.122	0.458	2.181

U gornjoj tabeli su prikazane vrednosti intercepta i koeficijenata nagiba za sve prediktore koji su uključeni u model. Međutim, iako je ANOVA pokazala da je model u celini značajan, nijedan od prediktora nije imao statistički značajan parcijalni doprinos.

Statistici za testiranje kolinearnosti, nivo tolerancije (eng. tolerance) i faktor porasta varijanse (VIF; eng. Variance Inflation Factor) proveravaju prepostavku o multikolinearnosti. Kao pravilo palca, ako je VIF > 10 a nivo tolerancije < 0.1, onda je ova prepostavka snažno narušena. Ukoliko je prosečan VIF > 1, a nivo tolerancije < 0.2, model je verovatno nepravilan. U slučaju podataka iz primera, prosečan VIF je prilično visok (oko 5).



Tabela pod nazivom **casewise diagnostics** je prazna, što predstavlja dobru vest. Ovde se inače nalaze svi slučajevi (redovi) koji imaju reziduale koji su tri ili više standardnih devijacija udaljeni od proseka. Ovi slučajevi sa najvećom greškom mogu biti i autlajeri. Preveliki broj autlajera ima uticaja na model i prema njima se treba nositi na uobičajeni način (videti poglavje Provera ispravnosti podataka).

Casewise Diagnostics

Case Number	Std. Residual	Distance	Predicted Value	Residual	Cook's Distance
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-

Za potrebe poređenja treba ponovo pokrenuti analize (**Regression > Linear regression**), ali sada izabrati stupnjevito uvođenje varijabli unazad (**Method > Backward**).

Model Summary

Model	R	R ²	Adjusted R ²	RMSE	Durbin-Watson
1	0.902	0.814	0.681	48.132	
2	0.902	0.813	0.720	45.146	
3	0.897	0.805	0.740	43.505	
4	0.884	0.782	0.738	43.618	1.676

JASP sada izračunava 4 potencijalna regresiona modela. Može se videti da svaki naredni model povećava vrednost korigovanog R², a da model 4 objašnjava 73.5% varijanse kriterijuma. Pored toga, Durbin-Votson skor je nešto viši nego u slučaju združenog (eng. entry) metoda.

ANOVA

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
1	Regression	70994.078	5	14198.816	6.129	0.017
	Residual	16216.845	7	2316.692		
	Total	87210.923	12			
2	Regression	70905.329	4	17726.332	8.697	0.005
	Residual	16305.594	8	2038.199		
	Total	87210.923	12			
3	Regression	70176.855	3	23392.285	12.359	0.002
	Residual	17034.068	9	1892.674		
	Total	87210.923	12			
4	Regression	68185.712	2	34092.856	17.920	< .001
	Residual	19025.211	10	1902.521		
	Total	87210.923	12			

ANOVA tabela ukazuje da je svaki naredni model bolji što se vidi iz povećanja vrednosti F-statistika i poboljšanja p-vrednosti.



Coefficients

Model		Unstandardized	Standard Error	Standardized	t	p	Collinearity Statistics	
							Tolerance	VIF
1	(Intercept)	-92.367	218.389		-0.423	0.685		
	R_Strength	1.747	3.321	0.213	0.526	0.615	0.162	6.180
	L_Strength	0.703	3.590	0.086	0.196	0.850	0.138	7.231
	R_Flexibility	4.078	4.759	0.373	0.857	0.420	0.140	7.125
	L_Flexibility	-1.339	2.447	-0.135	-0.547	0.601	0.438	2.281
	Bilateral Strength	1.665	0.946	0.423	1.759	0.122	0.458	2.181
2	(Intercept)	-110.347	185.840		-0.594	0.569		
	R_Strength	2.218	2.148	0.271	1.033	0.332	0.340	2.938
	R_Flexibility	4.501	3.978	0.411	1.131	0.291	0.177	5.658
	L_Flexibility	-1.370	2.291	-0.138	-0.598	0.566	0.440	2.272
	Bilateral Strength	1.605	0.840	0.408	1.910	0.092	0.512	1.954
3	(Intercept)	-116.892	178.772		-0.654	0.530		
	R_Strength	2.710	1.911	0.331	1.418	0.190	0.399	2.505
	R_Flexibility	2.886	2.814	0.264	1.026	0.332	0.328	3.048
	Bilateral Strength	1.642	0.807	0.418	2.033	0.073	0.515	1.944
4	(Intercept)	46.251	81.820		0.565	0.584		
	R_Strength	3.914	1.512	0.478	2.588	0.027	0.641	1.561
	Bilateral Strength	2.009	0.725	0.511	2.770	0.020	0.641	1.561

Model 1 je isti kao združeni model koji je prvi korišćen. Tabela pokazuje da kako se najmanje značajni prediktori sekvensijalno uklanjaju, tako dolazimo do modela koji ima dva značajna prediktora, a to su snaga desne noge i bilateralna snaga nogu.

Obe mere multikolinjerarnosti, nivo tolerancije i VIF, prihvatljivog su nivoa.

Sada možemo da izvestimo o tome da je stupnjeviti unazad metod rezultovao visoko značajnim modelom ($F(2, 10) = 17.92, p < .001$) i regresionom jednačinom:

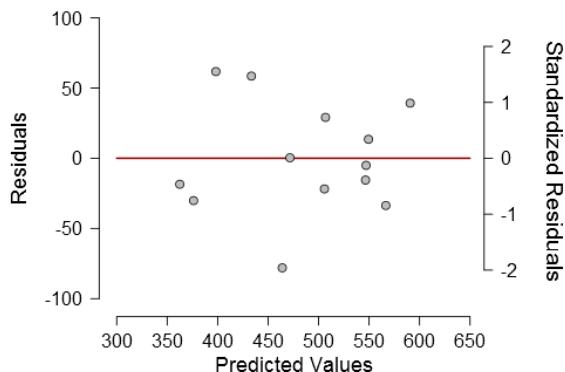
$$\text{Daljina} = 46.251 + (3.914 * R_{\text{Strength}}) + (2.009 * \text{Bilateral Strength})$$

TESTIRANJE DALJIH PREPOSTAVKI

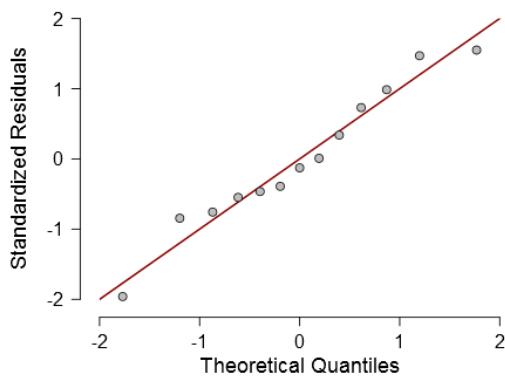
Kao i u slučaju jednostrukih regresija, treba označiti sledeće opcije.



Residuals vs. Predicted



Q-Q Plot Standardized Residuals ▾



Balansirana distribucija reziduala oko osnovne ose ukazuje na to da prepostavka homoscedasciteta nije bila narušena.

Q-Q plot pokazuje da standardizovani reziduali naležu na dijagonalnu liniju što sugerije da nisu narušene ni prepostavke o normalnosti raspodele i linearnosti odnosa.

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Višestruka linearna regresija koja je koristila stupnjeviti metod unazad pokazue da snaga desne noge i bilateralna snaga nogu mogu značajno da predvide dužinu leta lopte posle šuta ($F(2,10) = 17.92, p < .001$), te da se za te potrebe može koristiti regresiona jednačina sledećeg oblika: $Daljina = 57.105 + (3.914 * R_Strength) + (2.009 * Bilateral Strength)$.

UKRATKO

R^2 pruža informacije o tome koliko je varijanse objašnjeno modelom koji koristi date prediktore.

F-statistik pruža informaciju o tome koliko je model dobar.

Koeficijenti nagiba ukazuju na snagu povezanosti između prediktora i zavisne varijable.

Ispunjeno pretpostavki se može proveriti korišćenjem Darbin-Votson vrednosti, nivoa toleracije, faktora porasta varijanse, Q-Q plotova i grafikona koji dovodi u vezu reziduale sa predviđenim vrednostima.

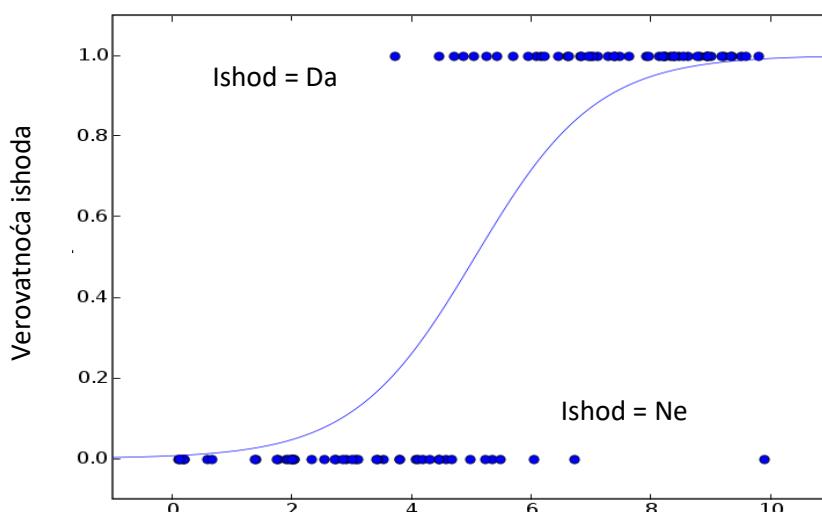


LOGISTIČKA REGRESIJA

U jednostrukoj i višestrukoj linearnej regresiji kriterijum i prediktor(i) su numeričke varijable. Međutim, šta se dešava kada imamo binarne podatke na zavisnoj kategoričkoj varijabli? Može li se, na primer neki da/ne ishod predvideti drugim kategoričkim ili numeričkim varijablama? Odgovor je potvrđan ukoliko se koristi binarna logistička regresija. Ovaj metod se upotrebljava kako bi se predviđala verovatnoća jednog ili drugog binarnog ishoda.

Nulta hipoteza (H_0) glasi da ne postoji veza između binarnog kriterijuma i prediktora.

Kao što se može videti na donjem grafikonu, linearna regresiona linija između da i ne odgovara bila bi besmislena kao model predikcije. Umesto toga, fituje se sigmoidalna logistička regresiona krivulja sa minimalnom vrednošću 0 i maksimalnom vrednošću 1. Može se videti da za neke vrednosti prediktora postoji preklapanje između da i ne. Na primer, prediktorska vrednost 5 ima po 50% verovatnoće za svaki od ishoda. Stoga se računaju granične vrednosti kako bi se odredilo da li će na osnovu prediktora neki ishod biti predviđen kao da ili kao ne.



PRETPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

- Zavisna varijaba mora biti binarna (da ili ne, muško ili žensko, dobro ili loše),
- Jedna ili više nezavisnih (prediktorskih varijabli) mogu biti i numeričke i kategoričke,
- Postoji linearna veza između numeričkog prediktora i prirodnim logaritmom (logit) transformisane zavisne varijable.

METRIKA LOGISTIČKE REGRESIJE

Dve mere fitovanja modela se koriste u okviru logističke regresije - AIC (eng. Akaike Information Criteria) i BIC (eng. Bayesian Information Criteria). Što model bolje fituje, to su niže AIC i BIC vrednosti.

Pored toga, JASP još računa i četiri pseudo R^2 vrednosti, nazvane po autorima koji ih formalizuju – MekFaden (McFadden), Naglkerke (Nagelkerke), Čur (Tjur), i Koks i Snel (Cox i Snell). Ove mere su analogne R^2 iz linearne regresione analize i sve daju različite vrednosti. Četiri koeficijenta su naročito korisna onda kada se porede različiti modeli za iste podatke, i tada se model sa najvišim R^2 smatra najboljim.



Voldov (Wald) test se koristi kako bi se odredila statistička značajnost doprinosa svake nezavisne varijable.

Matrica zabune (eng. confusion matrix) je tabela koja pokazuje odnos između predviđene i stvarne vrednosti kategoričke varijable, i može se koristiti kako bi se izrazila preciznost modela. Iz nje se mogu izvesti mere senzitiviteta i specificitetata.

Senzitivitet je procenat slučajeva u kojima je određeni ishod, odnosno dati kategorički podatak na zavisnoj varijabli, ispravno predviđen od strane modela (eng. true positives).

Specificitet je procenat opservacija za koje je takođe ispravno predviđeno od strane modela u smislu odsustva određenog ishoda (eng. true negatives).

POKRETANJE LOGISTIČKE REGRESIJE

Otvoriti fajl "Heart attack.csv" koji sadrži četiri kolone podataka: identifikacioni broj pacijenta (ID), binarni podatak o tome da li su imali drugi srčani udar (V2nd.Haert Attack), binarni podatak o tome da li su im prepisane vežbe (*Excercise prescription*) i numerički podatak o nivou stresa (*Stress level*).

Analiza se pokreće na **Regression > Logistic Regression**. Ovde treba prevući zavisnu varijablu u za to predviđeni okvir (**Dependent Variable**), nivo stresa u okvir za kovarijate (**Covariates**), a prepisano vežbanje u okvir za kategoričke nezavisne varijable (**Factors**). Kao metod uvođenja podataka treba ostaviti Enter.

The screenshot shows the JASP Logistic Regression dialog box. On the left, there is a list of variables: 'ID' (marked with a pencil icon), 'V2nd.Heart Attack' (marked with a scatter plot icon), 'Stress level' (marked with a pencil icon), and 'Exercise prescription' (marked with a scatter plot icon). To the right of these are four sections: 'Dependent Variable' (containing 'V2nd.Heart Attack'), 'Method' (set to 'Enter'), 'Covariates' (containing 'Stress level'), and 'Factors' (containing 'Exercise prescription'). Each section has a small icon next to its name.



U Statistics opcijama treba iznačiti Estimates, Odds ratios, Confusion matrix, Sensitivity, i Specificity.

▼ Statistics

Descriptives

Factor descriptives

Performance Diagnostics

Confusion matrix

Proportions

Regression Coefficients

Estimates

From 5000 bootstraps

Standardized coefficients

Odds ratios

Confidence intervals

Interval 95 %

Odds ratio scale

Robust standard errors

Vovk-Sellke maximum p-ratio

Performance Metrics

AUC

Sensitivity / Recall

Specificity

Precision

F-measure

Brier score

H-measure

RAZUMEVANJE ISPISA

Inicijalni ispis bi trebalo da se sastoji od četiri tabele.

Model summary										
Model	Deviance	AIC	BIC	df	X ²	p	McFadden R ²	Nagelkerke R ²	Tjur R ²	Cox & Snell R ²
H ₀	55.452	57.452	59.141	39						
H ₁	34.195	40.195	45.261	37	21.257	< .001	0.383	0.550	0.126	0.412

Prikaz modela ukazuje na to da H₁ (model sa najmanjim AIC i BIC skorovima) pokazuje statistički značajnu povezanost ($\chi^2(37) = 21.26$, $p < .001$) između zavisne varijable (drugog srčanog udara) i prediktorskih varijabli (prepisanih vežbi i nivoa stresa).

Vrednost MekFadenovog R² je bila 0.383, što je u rangu vrednosti od 0.2 do 0.4 koji ukazuju na dobar fit modela.



Coefficients

	Estimate	Standard Error	Odds Ratio	z	Wald Test		
					Wald Statistic	df	p
(Intercept)	-4.368	2.550	0.013	-1.713	2.933	1	0.087
Stress level	0.089	0.041	1.093	2.159	4.662	1	0.031
Exercise prescription (Yes)	-2.043	0.890	0.130	-2.295	5.268	1	0.022

Note. V2nd.Heart Attack level 'Yes' coded as class 1.

I nivo stresa i prepisivanje vežbi su značajne prediktorske varijable ($p = .031$, odnosno $p = .022$). Najvažnije vrednosti u tabeli koeficijenata su količnici šansi (eng. odds ratios). Za numeričke prediktore, količnik šansi veći od 1 ukazuje na pozitivnu povezanost, dok < 1 ukazuje na negativnu povezanost. Ovakvi rezultati ukazuju na to da su visoki nivoi stresa značajno povezani sa povišenom verovatnoćom drugog srčanog napada. Prepisivanje vežbanja je bilo u negativnoj vezi sa verovatnoćom drugog udara.

Confusion matrix		Performance metrics		
Observed	Predicted		Value	
	No	Yes		
No	15.000	5.000	Sensitivity	0.750
Yes	5.000	15.000	Specificity	0.750

Matrica zabune pokazuje da je u po 15 slučajeva model ispravno klasifikovao podatke kao *tačno pozitivne* i kao *tačno negativne* slučajeve, dok je u po 5 slučajeva dao *falš negativ* i *falš pozitiv*. Metrika performansa stoga daje 75% i kao meru senzitiviteta (% slučajeva sa ispravno predviđenim ishodom, u ovom slučaju drugim srčanim udarom) i kao meru specificiteta (% tačno predviđenih situacija u kojima nije bilo datog ishoda, u ovom slučaju to predstavlja odsustvo drugog srčanog udara).

GRAFIKONI

Ovi nalazi se mogu lako vizualizovati kroz inferencijalne grafikone. U podmeniju **Plots / Inferential Plots** treba označiti **Display conditional estimates plots** i **Show data points**.

Plots

Inferential Plots

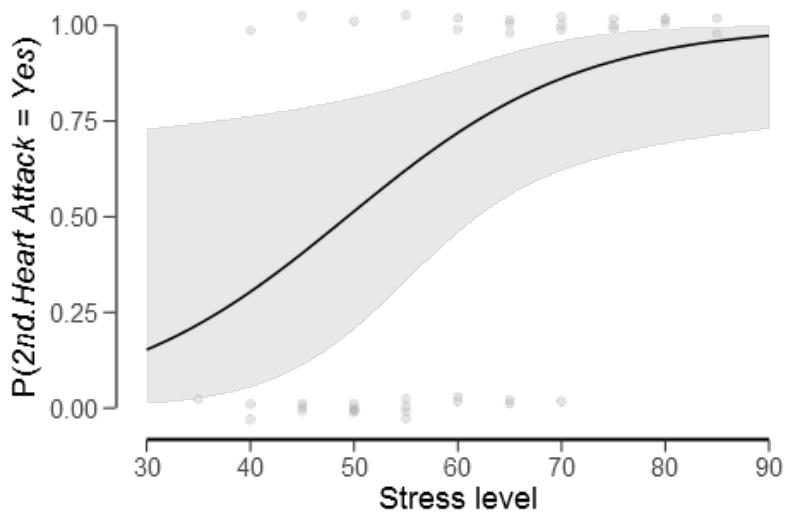
- Display conditional estimates plots
- Confidence interval %
- Show data points

Residual Type

- Deviance
- Pearson

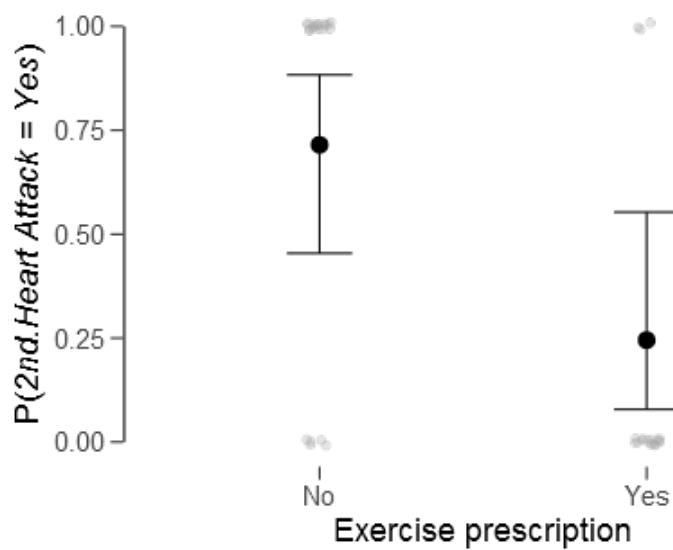
Residual Plots

- Predicted - residual plot
- Predictor - residual plots
- Squared Pearson residuals plot



Gornji grafikon pokazuje da kako raste nivo stresa, tako raste i verovatnoća za drugi srčani udar.

Naredni grafikon pokazuje da odsustvo intervencije vežbanjem povećava verovatnoću drugog srčanog udara, dok je prisustvo vežbanja smanjuje.



IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Logistička regresija je sprovedena da bi se procenili efekti stresa i intervencije vežbanjem na verovatnoću da će pacijent imati drugi srčani udar. Model logističke regresije je bio statistički značajan ($\chi^2 (37) = 21.26, p < .001$) i ispravno je klasifikovao 75.0% slučajeva. Viši nivoi stresa bili su u vezi sa povećanom verovatnoćom drugog srčanog udara. Program vežbanja je smanjio verovatnoću drugog udara za 13%.



POREĐENJE VIŠE OD DVE NEZAVISNE GRUPE

JEDNOFAKTORSKA ANOVA ZA NEZAVISNE UZORKE

Dok se putem t-testa porede proseci dve grupe, odnosno dva eksperimentalna uslova, jednofaktorska analiza varijanse (ANOVA; eng. analysis of variance) poredi proseke tri ili većeg broja grupa. U JASP-u su dostupne ANOVE i za nezavisna i za zavisna merenja. ANOVA predstavlja omnibus test koja za rezultat ima F-statistik kojim se ispituje da li je objašnjena varijansa značajno veća u odnosu na neobjašnjenu varijansu.

Nulta hipoteza (H_0) glasi da ne postoji značajna statistički razlika u prosecima svih grupa.

Ukoliko odbacimo nultu hipotezu, ANOVA onda tvrdi da postoje značajne razlike između grupa, ali nam ne govori o tome gde se te razlike javljaju. Kako bi se utvrdilo gde se nalaze grupne razlike, *post hoc* testovi se naknadno koriste.

Zbog čega onda ne bismo jednostavno sproveli poređenje proseka za svaki mogući par? Ukoliko postoje, na primer, četiri grupe (A, B, C, D) poredili bismo sledeće razlike putem t-testova:

- | | | |
|-----------|---------|------------------------------------|
| • A vs. B | p < .05 | 95% da se ne napravi greška tipa 1 |
| • A vs. C | p < .05 | 95% da se ne napravi greška tipa 1 |
| • A vs. D | p < .05 | 95% da se ne napravi greška tipa 1 |
| • B vs. C | p < .05 | 95% da se ne napravi greška tipa 1 |
| • B vs. D | p < .05 | 95% da se ne napravi greška tipa 1 |
| • C vs. D | p < .05 | 95% da se ne napravi greška tipa 1 |

Prepostavljajući da je svaki test nezavisan, opšta verovatnoća da se ne napravi greška tipa 1 bila bi:

$$0.95 * 0.95 * 0.95 * 0.95 * 0.95 * 0.95 = 0.735$$

Dakle, akumulirana greška tipa 1, odnosno verovatnoća da odbacimo ispravnu nultu hipotezu za ovih šest poređenja iznosi 26.5% (100% - 73.5%). Ovakav problem se prevazilazi korišćenjem omnibus ANOVA testa i post hoc testovima sa višestrukim poređenjima parova koji imaju striktnije kriterijume za odbacivanje nulte hipoteze, a sve u cilju smanjenja akumuliranja greške tipa 1.

PREPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

ANOVA za nezavisne uzorke ima iste prepostavke kao i većina drugih parametrijskih testova.

- Nezavisne varijable moraju biti kategoričke, a zavisne numeričke,
- Grupe bi trebalo da budu međusobno nezavisne,
- Zavisna varijabla bi trebalo da bude približno normalno raspodeljena,
- Ne bi trebalo da bude značajnih autlajera,
- Treba da postoji homogenost varijansi između grupa, u suprotnom bi nivo značajnosti određen na osnovu F-statistika mogao da bude nepouzdani.

Prve dve prepostavke se zadovoljavaju odgovarajućim istraživačkim nacrtom.

Ukoliko su poslednje tri prepostavke nezadovoljene, onda se primenjuje neparametrijski pandan analizi varijanse pod nazivom Kraskal-Volisor (Kruskal-Wallis) test.



TESTOVI KONTRASTA

Kontrasti su apriorni testovi, odnosno testovi poređenja koji su planirani pre nego što su podaci prikupljeni. Na primer, istraživač se može zanimati za efekte novih lekova i poređiti ih sa lekom koji se već prepisuje. Kako bi smanjilo akumuliranje greške tipa I, istraživač može planirati samo ograničeni skup poređenja. Odluka o tome koja će poređenja biti sprovedena bi trebalo da bude zasnovana na teorijskim razlozima i doneta prilikom dizajniranja nacrta. Zbog toga se ova poređenja i zovu planirana. Njima se traga za razlikama između specifičnih parova i stoga se mogu koristiti i onda kada je omnibus F-test neznačajan.

JASP omogućava 6 različitih tipova planiranog kontrasta:

1. Devijacioni (eng. deviation) – proseci na svakom nivou nezavisne varijable se porede sa opštim prosekom;
2. Jednostavnvi (eng. simple) – proseci na svakom nivou se porede sa prosekom nekog određenog nivoa, npr. sa prosekom kontrolne grupe;
3. Kontrast razlike (eng. difference) – prosek na svakom nivou se poredi sa prosekom sa prethodnog nivoa;
4. Helmert – prosek na svakom nivou se poredi sa prosekom svih narednih nivoa;
5. Ponovljeni (eng. repeated) – na svakom nivou prosek se poredi sa prosekom narednog nivoa;
6. Polinomski (eng. polynomial) – ispituje polinomski trend u podacima.

POST HOC TESTIRANJE

Ovo su testovi za koje smo odlučili da ih pokrenemo nakon što su podaci prikupljeni. Njih možemo izvoditi jedino ukoliko je omnibus ANOVA F-test statistički značajan.

JASP nudi 5 alternativnih post hoc testova za nezavisne grupe, koji nose nazive po predlagачima:

- Bonferoni (Bonferroni) može biti veoma konzervativan, ali garantovano daje kontrolu greške tipa 1 po cenu smanjenja statističke snage. Ne podrazumeva nezavisnost poređenja.
- Holmov test je manje konzervativan u odnosu na Bonferonijev.
- Taki (Tukey) je jedan od najčešće korišćenih testova za kontrolu greške tipa 1 za grupe sličnih veličina i približno jednakih varijansi.
- Šefeov (Scheffe) test se koristi onda kada su veličine grupa različite.
- Sidak je sličan Bonferoniju, ali podrazumeva da je svako poređenje nezavisno od drugog. Malo je snažniji u odnosu na Bonferonijev test.

JASP takođe nudi 4 tipa post hoc testa:

1. Standard – kao u gornjem slučaju.
2. Gejms-Haul (Games-Howell) – koristi se kada nismo sigurni u jednakost grupnih varijansi.
3. Danetov (Dunnett's) – koristi se kada poređimo sve grupe sa jednom (npr. kontrolnom).
4. Dan (Dunn) – neparametrijski post hoc test koji se koristi za testiranje malih podgrupa.



VELIČINA EFEKTA

JASP daje tri alternativne mere veličine efekta pri izvođenju ANOVA za nezavisne grupe:

- Eta kvadrat (η^2) precizno procenjuje objašnjenu varijansu u uzorku, ali procenjuje objašnjenu varijansu u populaciji. Ovo otežava poređenje efekta date varijable u različitim studijama.
- Parcijalni eta kvadrat (η_p^2) rešava probleme u vezi sa populacionom varijansom, dozvoljavajući poređenje efekta iste varijable u različitim studijama.
- Omega kvadrat (ω^2) pruža nepristrasnu procenu veličine efekta na malim uzorcima ($N < 30$).

Test	Mera	Trivijalni	Mali	Srednji	Veliki
ANOVA	Eta kvadrat (η^2)	< 0.10	0.10	0.25	0.37
	Parcijalni eta kvadrat (η_p^2)	< 0.01	0.01	0.06	0.14
	Omega kvadrat (ω^2)	< 0.01	0.01	0.06	0.14

POKRETANJE ANOVE ZA NEZAVISNE UZORKE

Treba učitati fajl "Independent ANOVA diets.csv" koji sadrži kolonu sa podacima o tome koju je od tri dijete ispitanik primenjivao (varijabla *Diet* sa nivoima *A*, *B* i *C*) i još jednu kolonu koja sadrži meru absolutnog smanjenja težine nakon perioda od osam nedelja provedenog na dijeti (*Weight loss kg*).

Treba pokrenuti **ANOVA > ANOVA**, staviti varijablu *Weight loss kg* u okvir **Dependent Variable** a varijablu *Diet* u okvir **Fixed Factors**. Treba označiti sve opcije u **Assumption Checks**, a u **Additional Options** označiti **Descriptive statistics** i odabrati ω^2 kao meru veličinu efekta.

The screenshot shows the JASP ANOVA dialog box. The 'Dependent Variable' field contains 'Weight loss kg'. The 'Fixed Factors' field contains 'Diet'. The 'Model' section has 'Assumption Checks' expanded, showing checked boxes for 'Homogeneity tests', 'Homogeneity corrections', and three Welch's test options: 'None', 'Brown-Forsythe', and 'Welch'. A 'Q-Q plot of residuals' checkbox is also checked.



RAZUMEVANJE ISPISA

Opisana postavka bi za rezultat trebalo da ima tri tabele i jedan Q-Q plot.

ANOVA - Weight loss kg

Cases		Homogeneity Correction	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Diet	None		92.37	2.000	46.184	10.83	< .001
Diet	Brown-Forsythe		92.37	2.000	46.184	10.83	< .001
Diet	Welch		92.37	2.000	46.184	11.45	< .001
Residual	None		294.37	69.000	4.266		
Residual	Brown-Forsythe		294.37	64.352	4.574		
Residual	Welch		294.37	44.987	6.544		

Note. Type III Sum of Squares

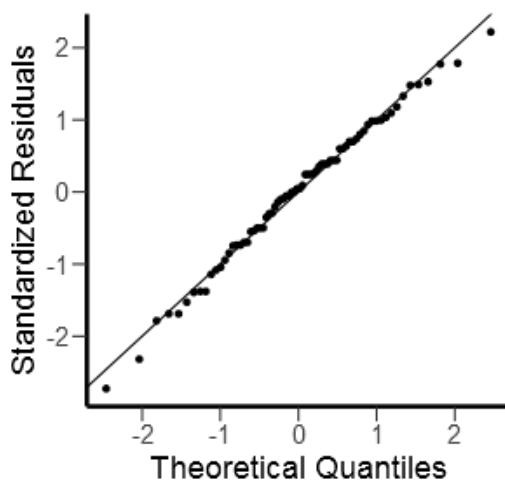
Osnovna ANOVA tabela pokazuje da je F-statistik značajan ($p < .001$), kao i da postoji veoma snažan efekat. Na osnovu toga zaključujemo da postoji značajna razlika u prosecima između ove tri grupe.

TESTIRANJE PREPOSTAVKI

Test for Equality of Variances (Levene's)

F	df1	df2	p
1.298	2.000	69.000	0.280

Leveneov test ne daje značajan rezultat, što znači da nije narušena prepostavka o homogenosti varijansi. Ukoliko pak Leveneov test pokaže da postoje razlike u varijansama, onda treba izvestiti o Braun-Forsit (Brown-Forsythe) ili Velšovoj (Welch) korekciji rezultata.



Q-Q pokazuje da su podaci normalno raspodeljeni i linearni.



Descriptives - Weight loss kg

Diet	Mean	SD	N
Diet A	3.008	1.668	24.000
Diet B	3.413	2.361	24.000
Diet C	5.588	2.108	24.000

Deskriptivni statistici ukazuju na to da je dijeta C rezultovala najvećim gubitkom težine.

PRIMER KONTRASTA

Zamislimo da smo planirali da poredimo efekte dijeta B i C sa efektom dijete A. U podmeniju **Contrast** treba kliknuti na padajući meni i odabratи opciju **simple** za varijablu *Diet*. Ovo će testirati značajnost razlike između prve i svih preostalih kategorija.

Simple Contrast - Diet

Comparison	Estimate	SE	df	t	p
Diet B - Diet A	0.404	0.596	69.000	0.678	0.500
Diet C - Diet A	2.579	0.596	69.000	4.326	< .001

Kao što se može videti, samo je dijeta C značajno različita u odnosu na dijatu A ($t(69) = 4.33, p < .001$).

POST HOC TESTIRANJE

Ukoliko ANOVA pokaže značajan F-statistik, onda se mogu sprovesti post hoc testovi. U podmeniju **Post Hoc Tests** treba dodati varijablu *Diet* u okvir sa desne strane i označiti **Effect size** i, u ovom slučaju, koristiti **Tukey** test za post hoc korekciju.

U okviru **Descriptive Plots** treba dodati faktor *Diet* na horizontalnu liniju i kliknuti na **Display error bars**.

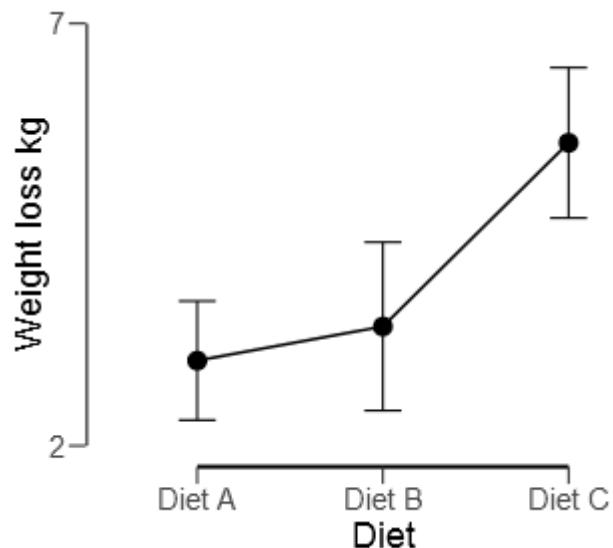
Post Hoc Comparisons - Diet

		Mean Difference	SE	t	Cohen's d	p _{Tukey}
Diet A	Diet B	-0.404	0.596	-0.678	-0.198	0.777
	Diet C	-2.579	0.596	-4.326	-1.357	< .001
Diet B	Diet C	-2.175	0.596	-3.648	-0.972	0.001

Note. Cohen's d does not correct for multiple comparisons.



Post hoc testovi pokazuju da ne postoji značajna razlika u gubitku kilograma između ispitanika koji su bili na dijetama A i B. Međutim, ovaj gubitak je značajno izraženiji u slučaju dijete C i to u poređenju i sa A ($p < .001$) i sa B ($p = .001$). Veličine Koenovog d statistika govore o snažnom efektu.



IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Jednofaktorska ANOVA za neponovljena merenja pokazuje značajan efekat tipa dijete na telesnu težinu nakon perioda od osam nedelja ($F(2, 69) = 46.18, p < .001, \omega^2 = 0.21$).

Post hoc testovi koji su koristili Takijevu formulu pokazuju da dijeta C dovodi do značajno većeg gubitka težine u odnosu na dijete A ($p < .001$) i B ($p = .001$). Ne postoji značajna razlika u gubitku težine između dijeta A i B ($p = .78$).



KRASKAL-VOLISOV H TEST (NEPARAMETRIJSKA ANOVA)

Ukoliko podaci ne zadovoljavaju parametrijske pretpostavke ili ukoliko su podaci na zavisnoj varijabli ordinalnog tipa, onda treba koristiti Kraskal-Volisorov (Kruskal-Wallis) H test kao neparametrijski pandan jednofaktorskoj analizi varijanse za nezavisne grupe. Tet se može koristiti za poređenje dve ili više nezavisnih grupa jednakih ili različitih veličina. Kao i Man-Vitnijev i Vilkoksonov test, i ovaj test je zasnovan na rangovima.

Kao i u slučaju analize varijanse, Kraskal-Volisorov H test (poznat i poda nazivom "jednofaktorska ANOVA na rangovima") jeste omnibus test kojim se ne specifikuje koje se to tačno grupe međusobno značajno razlikuju. Za post hoc poređenja, JASP nudi Danovu proceduru koja može biti veoma konzervativna, naročito u slučaju većeg broja poređenja.

POKRETANAJE KRASKAL-VOLIS TESTA

Treba učitati fajl "Kruskal-Wallis ANOVA.csv". Ova baza podataka sadrži skorove subjektivne procene bola za pacijente koji ne prolaze terapiju (kontrolna grupa), za one koji prolaze krioterapiju, i one koji prolaze kombinaciju krio- i kompresione terapije za sprečavanje upale mišića nakon treninga.

Otići na [ANOVA > ANOVA](#). Dodeliti varijabli *Pain* ulogu zavisne varijable, a varijabli *Treatment* ulogu faktora. Treba proveriti da li je varijabla *Pain* na ordinalnom nivou merenja. Ovo bi trebalo automatski da pokrene tipičnu ANOVA analizu. U podmeniju [Assumption Checks](#) treba označiti [Homogeneity tests](#) i [Q-Q plots](#).

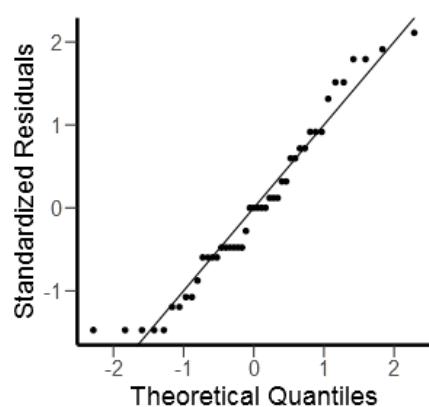
ANOVA - Pain Score

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Treatment	98.844	2.000	49.422	16.457	< .001
Residual	126.133	42.000	3.003		

Note. Type III Sum of Squares

Test for Equality of Variances (Levene's)

F	df1	df2	p
3.832	2.000	42.000	0.030



Iako ANOVA ukazuje na značajan rezultat, podaci ne zadovoljavaju pretpostavku o homogenosti varijansi, na šta ukazuje značajan Leveneov test, a i pokazuju linearnost samo u srednjem delu Q-Q plota, dok na krajevima postoje zakrivljenja koja ukazuju na postojanje autljajera. Pored toga, treba imati u vidu i da je mera zavisne varijable dobijena na osnovu subjektivnih procena. Sve ovo ukazuje na to da treba koristiti neparametrijski test.



Treba se vratiti u analitičke opcije i otvoriti **Nonparametrics** meni na dnu. Iz okvira **Kruskal-Wallis test** treba prevući varijablu *Treatment* u okvir sa desne strane. U okviru **Post Hoc tests** opet treba prevući istu varijablu i označiti **Dunn** post hoc test.

The screenshot shows the JASP Nonparametrics interface. At the top, under the 'Kruskal-Wallis test' section, the variable 'Treatment' is selected and moved to the right-hand side. Below this, the 'Post Hoc Tests' dialog is open, also showing 'Treatment' selected. In the 'Post Hoc Tests' dialog, several options are available:

- Confidence intervals (95 %)
- From 1000 bootstraps
- Effect Size
- Correction**:
 - Tukey
 - Scheffe
 - Bonferroni
 - Holm
 - Šidák
- Type**:
 - Standard
 - Games-Howell
 - Dunnett
 - Dunn



RAZUMEVANJE ISPISA

U ispisu su prikazane dve tabele.

Kraskal-Volosov test pokazuje da postoji značajna razlika u efektima tri terapijska modaliteta.

Kruskal-Wallis Test

Factor	Statistic	df	p
Treatment	19.693	2	< .001

Dunn's Post Hoc Comparisons - Treatment

		z	W _i	W _j	p	p _{bonf}	p _{holm}
Control	Cryo+Compression	4.317	34.600	14.200	< .001	< .001	< .001
	Cryotherapy	3.048	34.600	20.200	0.001	0.003	0.002
Cryo+Compression	Cryotherapy	-1.270	14.200	20.200	0.102	0.306	0.102

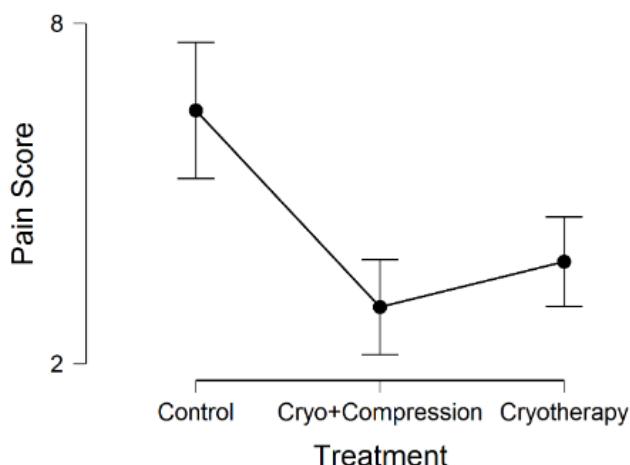
Danov post hoc test daje kako svoje p-vrednosti, tako i one koje se dobijaju primenom Bonferonijeve i Holmove korekcije. Kao što se može videti, oba tretmana su značajno različita u odnosu na kontrolnu situaciju, dok se međusobno ne razlikuju.

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Descriptive Statistics

	Pain Score		
	Control	Cryo+Compression	Cryotherapy
Valid	15	15	15
Missing	0	0	0
Median	7.000	3.000	3.000
MAD	2.965	1.483	1.483

Mere bola su bile u značajnoj meri pod dejstvom terapijskog modaliteta ($H (2) = 19.70, p < .001$). Poređenja parova pokazuju da su i krioterapija i krioterapija sa kompresijom doveli do značajnog smanjenja skorova bola ($p = .001$ i $p < .001$) u odnosu na kontrolnu grupu. Sa druge strane, nije postojala značajna razlika između ova dva terapijska modaliteta ($p = .10$).





POREĐENJE VIŠE OD DVE ZAVISNE GRUPE

JEDNOFAKTORSKA ANOVA ZA ZAVISNE UZORKE

Jednofaktorska ANOVA za ponovljena merenja (eng. One-Way ANOVA for Repeated Measures) se koristi kako bi se procenilo da li postoje razlike u prosecima između tri ili više grupa (pri čemu se isti ispitanici nalaze u svakoj grupi) koje su bile testirane ili u više navrata ili u različitim eksperimentalnim uslovima. Istraživački nacrt je mogao biti takav da su isti ispitanici mereni na zavisnoj varijabli u prvoj, drugoj i trećoj nedelji, na primer, ili su mereni na zavisnoj varijabli u uslovima 1, 2 i 3.

Nulta hipoteza (H_0) glasi da ne postoji značajna razlika u prosecima u različitim tačkama merenja.

Nezavisna varijabla bi trebalo da bude kategorička, a zavisna numerička. Kategorije nezavisne varijable se ovde nazivaju nivoi (eng. levels) i one predstavljaju zavisne grupe. Tako bi u slučaju gde je ishod meren u prvoj, drugoj i trećoj nedelji, ishodi bili *week 1*, *week 2* i *week 3*.

F-statistik se računa tako što se srednji kvadrat za varijablu (varijansa koju objašnjava model) podeli srednjim kvadratom greške (neobjašnjena varijansa). Što je veći F-statistik, to je verovatnije da nezavisna varijabla ima značajan efekat na zavisnu.

PREPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

ANOVA za ponovljena merenja ima slične prepostavke kao većina drugih parametrijskih testova.

- Zavisna varijabla bi trebalo da bude približno normalno raspodeljena,
- Ne bi trebalo da postoje značajni autlajeri na zavisnoj varijabli,
- Postoji sfericitet, odnosno jednakost varijansi razlika između različitih parova poređenja.

Ukoliko su ove prepostavke narušene onda se kao neparametrijski pandan koristi Fridmanov (Friedman) test.

SFERICITET

Ukoliko u istraživanju imamo tri nivoa (A, B i C) sfericitet podrazumeva sledeće:

$$\text{varijansa (A-B)} \approx \text{varijansa (A-C)} \approx \text{varijansa (B-C)}$$

Jednofaktorska ANOVA za ponovljena merenja ispituje prepostavku o sfericitetu koristeći Mohlijev (Mauchly) test kojim se proverava nulta hipoteza po kojoj su varijanse skorova razlika približno jednake. U mnogim slučajevima ponovljene mere ne zadovoljavaju prepostavku o sfericitetu što može dovesti do greške tipa 1. Ukoliko je ovo slučaj, onda treba primeniti korekciju za F-statistik.

JASP nudi dva metoda korekcije F-statistika: Grinhaus-Gejzerovu (Greenhouse-Geisser) i Huin- Feltovu (Huynh-Feldt) epsilon (ϵ) korekciju. Kao opšte pravilo, smatra se da ako je vrednost $\epsilon < 0.75$ onda treba koristiti Grinhaus-Gejzerovu korekciju, a ako je $\epsilon > 0.75$ onda treba koristiti Huin-Feltovu korekciju.



POST HOC TESTIRANJE

U slučaju jednofaktorske analize varijanse za ponovljena merenja post hoc testiranje je limitirano na dve mogućnosti:

- Bonferonijev test može biti veoma konzervativan, ali zato daje garantovanu kontrolu nad greškom tipa 1, po cenu smanjenja statističke snage. Ne podrazumeva nezavisnost poređenja.
- Holmov test je manje konzervativan u odnosu na Bonferonijev test.

Ukoliko se u JASP-u zatraži Takijeva ili Šefeova post hoc korekcija za ponovljena merenja, u ispisu se pojavljuje NaN (eng. not a number) greška.

VELIČINA EFEKTA

JASP nudi ista rešenja za izražavanje mera veličine efekta kao u slučaju jednofaktorske ANOVA za neponovljena merenja.

- Eta kvadrat (η^2) precizno procenjuje procenat objašnjene varijanse u uzorku, ali procenjuje objašnjenu varijansu u populaciji, što otežava poređenje efekta date varijable u različitim studijama.
- Parcijalni eta kvadrat (η_p^2) rešava probleme u vezi sa populacionom varijansom, dozvoljavajući poređenje efekta iste varijable u različitim studijama.
- Omega kvadrat (ω^2) pruža nepristrasnu procenu veličine efekta na malim uzorcima ($N < 30$).

Test	Mera	Trivijalni	Mali	Srednji	Veliki
ANOVA	Eta kvadrat (η^2)	< 0.10	0.10	0.25	0.37
	Parcijalni eta kvadrat (η_p^2)	< 0.01	0.01	0.06	0.14
	Omega kvadrat (ω^2)	< 0.01	0.01	0.06	0.14

POKRETANJE JEDNOFAKTORSKE ANOVE ZA PONOVLJENA MERENJA

Treba učitati fajl pod nazivom "Repeated ANOVA cholesterol.csv" koji sadrži jednu kolonu sa identifikacionim brojem ispitanika (*Participant*) i tri kolone u kojima se nalaze ponovljena merenja nivoa holesterola nakon operacije (*Week 0*, *Week 3*, *Week 6*). Dobra je praksa prvo proveriti deskriptivne statistike i kutijasti dijagram kako bi se detektovale eventualne ekstremne vrednosti.

Treba pokrenuti **ANOVA > Repeated measures ANOVA**. Kao što je ranije rečeno, nezavisna varijabla (eng. repeated measures factor) ima nivoe, u ovom slučaju ih ima tri. Treba preimenovati **RM Factor 1** u *Time post-intervention*, a potom imenovati i tri nivoa varijable u *week 0*, *week 3* and *week 6*.

Nakon što ovo bude urađeno, nivoi će se pojaviti u okviru pod nazivom **Repeated Measures Cells**. Sada je potrebno dodeliti odgovarajuće podatke odgovarajućim nivoima.



▼ Repeated Measures ANOVA

Participant
Week 6

Repeated Measures Factors

Time post intervention

Week 0
Week 3
Week 6
Level 4

RM Factor 2

Repeated Measures Cells

Week 0	Week 0
Week 3	Week 3
	Week 6

U okviru [Assumption Checks](#) treba označiti [Sphericity tests](#), kao i sve [Sphericity correction](#) podopcije.

▼ Assumption Checks

Sphericity tests
 Sphericity corrections

None Greenhouse-Geisser Huynh-Feldt

Homogeneity tests

U podmeniju [Additional Options](#) treba označiti [Descriptive Statistics](#), [Estimates of effect size](#) i ω^2 .

Display

Descriptive statistics
 Estimates of effect size

η^2 partial η^2 general η^2

ω^2

Vovk-Sellke maximum p-ratio



RAZUMEVANJE ISPISA

Ispis bi trebalo da sadrži četiri tabele. Treću tabelu koja se tiče efekata između grupa (eng. between-subject effects) možemo da zanemarimo ovom prilikom.

Within Subjects Effects

	Sphericity Correction	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2
Time post intervention	None	4.320*	2.000*	2.160*	212.321*	< .001*	0.058
	Greenhouse-Geisser	4.320*	1.235*	3.497*	212.321*	< .001*	0.058
	Huynh-Feldt	4.320*	1.284*	3.365*	212.321*	< .001*	0.058
Residual	None	0.346	34.000	0.010			
	Greenhouse-Geisser	0.346	21.001	0.016			
	Huynh-Feldt	0.346	21.822	0.016			

Note. Type III Sum of Squares

* Mauchly's test of sphericity indicates that the assumption of sphericity is violated ($p < .05$).

Tabela sa efektima unutar grupa (eng. within-subjects effects) donosi informacije o tome da je F-statistik bio visok i izuzetno značajan ($p < .001$), te da je vreme merenja imalo mali do umereni efekat (.06). Ova tabela pokazuje vrednosti statistika za situacije kada je sfericitet podrazumevan (red **None**), kao i za dva metoda korekcije. Osnovna razlika ogleda se u broju stepeni slobode (df) i vrednosti srednjih kvadrata (eng. mean square). Ispod tabele stoji napomena da je Mohljev test pokazao da je pretpostavka o sfericitetu narušena.

Naredna tabela upravo prikazuje rezultate Mohljevog testa sfericiteta. Ovde se može videti da postoji značajna razlika ($p < .001$) varijansi skorova razlike. Vrednosti oba ϵ -statistika su ispod 0.75, što ukazuje na to bi treba izvestiti o ANOVA rezultatima na osnovu Grinhaus-Gejzerove korekcije.

Test of Sphericity

	Mauchly's W	p	Greenhouse-Geisser ϵ	Huynh-Feldt ϵ
Time post intervention	0.381	< .001	0.618	0.642

Kako bi se dobila čistija tabela, treba se vratiti na [Assumption Checks](#) i označiti samo **Greenhouse-Geisser** za korekciju sfericiteta.

Within Subjects Effects

	Sphericity Correction	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2
Time post intervention	Greenhouse-Geisser	4.320*	1.235*	3.497*	212.321*	< .001*	0.058
Residual	Greenhouse-Geisser	0.346	21.001	0.016			

Note. Type III Sum of Squares

* Mauchly's test of sphericity indicates that the assumption of sphericity is violated ($p < .05$).

Dakle, postoji statistički značajna razlika između proseka na zavisnoj varijabli u tri tačke merenja ($F(1.24, 21) = 212.32, p < .001, \omega^2 = .06$).



Descriptives

Time post intervention	Mean	SD	N
Week 0	6.408	1.191	18.000
Week 3	5.842	1.123	18.000
Week 6	5.779	1.102	18.000

Deskriptivni podaci pokazuju da je nivo holesterola u krvi bio najviši u nultoj nedelji u odnosu na treću i šestu nedelju.

Bilo kako bilo, ukoliko ANOVA ne izvesti o značajnoj razlici, ne treba ići u dalje analize.

POST HOC TESTIRANJE

Ukoliko je ANOVA značajna, može se izvesti post hoc testiranje. U podmeniju **Post Hoc Tests** treba dodati varijablu *Time post-intervention* u okvir sa desne strane, označiti **Effect size** i, u ovom slučaju, koristiti **Holm**ov test za post hoc korekciju.

The screenshot shows the 'Post Hoc Tests' dialog box. On the right side, the variable 'Time post intervention' is listed. On the left, there are several options: 'Confidence intervals' set to 95%, 'Effect size' (which is checked), 'Pool error term for RM factors' (which is unchecked), and a 'Correction' section where 'Holm' is checked and 'Bonferroni', 'Tukey', and 'Scheffe' are unchecked.

Pored toga, u **Descriptive Plots** treba dodati *Time post-intervention* na horizontalnu osu i označiti **Display error bars** opciju.



Post hoc testovi pokazuju da je postojala značajna razlika u nivou holesterola u krvi između svih kombinacija tri tačke merenja, kao i da ove razlike otkrivaju velike efekte.

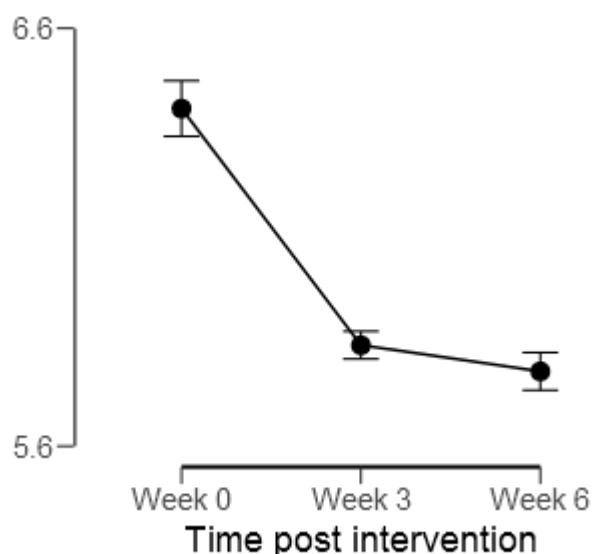
Post Hoc Comparisons - Time post intervention

		Mean Difference	SE	t	Cohen's d	p _{holm}
Week 0	Week 3	0.566	0.037	15.439	3.639	< .001
	Week 6	0.629	0.042	14.946	3.523	< .001
Week 3	Week 6	0.063	0.017	3.781	0.891	0.001

Note. Cohen's d does not correct for multiple comparisons.

Note. Bonferroni adjusted confidence intervals.

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA



S obzirom na to da je Mohlijev test sfericiteta bio statistički značajan, korišćena je Grinhaus-Gejzerova korekcija koja pokazuje da se nivo holesterola u krvi razlikovao u tri tačke merenja ($F(1.24, 21) = 212.30, p < .001, \omega^2 = .06$).

Post hoc testiranje koje je koristilo Bonferonijevu korekciju otkrilo je da nivo holesterola značajno opada kako se vreme produžava, između nulte i treće nedelje srednja razlika je iznosila 0.57 jedinica ($p < .001$), a između treće i šeste 0.06 jedinica ($p = .004$).



FRIDMANOV TEST ZA PONOVLJENA MERENJA

Ukoliko su parametrijske prepostavke narušene ili su podaci ordinalni, treba razmotriti korišćenje neparametrijske alternative analizi varijanse za ponovljena merenja u vidu Fridmanovog testa. Slično Kraskal Volisom testu, Fridmanov se koristi u analizi jednog ponovljenog faktora služeći se rangovima i ne prepostavljajući oblik distribucije podataka. Ovo je još jedan omnibus test koji ne specifikuje koje se to tačno grupe razlikuju od kojih. Za potrebe naknadnih poređenja, JASP nudi Konoverov (Conover) post hoc test.

POKRETANJE FRIDMANOVOG TESTA

Treba učitati fajl "Friedman RMANOVA.csv" koji ima tri kolone sa merama samoprocene bola 18, 36 i 48 sati nakon vežbanja. Treba proveriti da li je ovim podacima dodeljen ordinalni nivo merenja.

Treba pokrenuti **ANOVA > Repeated measures ANOVA**. Nezavisna varijabla (videti okvir **Repeated Measures Factor**) ima tri nivoa. Treba preimenovati **RM Factor 1** u *Time*, a potom preimenovati i tri nivoa u *18 hours*, *36 hours* i *48 hours*.

Kada je ovo urađeno, nivoi će se pojaviti u **Repeated Measures Cells** okviru i tada još samo treba svakom nivou dodati odgovarajuće podatke.

The screenshot shows the 'Repeated Measures ANOVA' dialog in JASP. On the left, under 'Repeated Measures Factors', there is a list of variables: 'Subject', 'Pain 18 hours', 'Pain 36 hours', and 'Pain 48 hours'. The 'Pain 48 hours' variable is currently selected. On the right, under 'Repeated Measures Cells', there is a 3x2 grid of cells. The first column contains 'Pain 18 hours', 'Pain 36 hours', and 'Pain 48 hours'. The second column contains '18 hours', '36 hours', and '48 hours'. A small orange pencil icon is located at the bottom right of the grid.

Ovo će automatski pokrenuti standardnu ANOVA analizu za ponovljena merenja. Da bi se pokrenuo Fridmanov test treba kliknuti na **Nonparametrics** padajući meni, prebaciti varijablu *Time* u okvir **RM factor** i označiti **Conover's post hoc tests**.

The screenshot shows the 'Nonparametrics' dialog in JASP. Under 'Factors', there is a list box that is currently empty. Under 'RM Factor', there is a list box containing the variable 'Time'. Under 'Optional Grouping Factor', there is an empty list box. At the bottom of the dialog, there is a checkbox labeled 'Conover's post hoc tests' which is checked.



RAZUMEVANJE ISPISA

Dve tabele bi trebalo da budu prikazane u ispisu.

Friedman Test

Factor	Chi-Squared	df	p	Kendall's W
Time	26.772	2	< .001	0.764

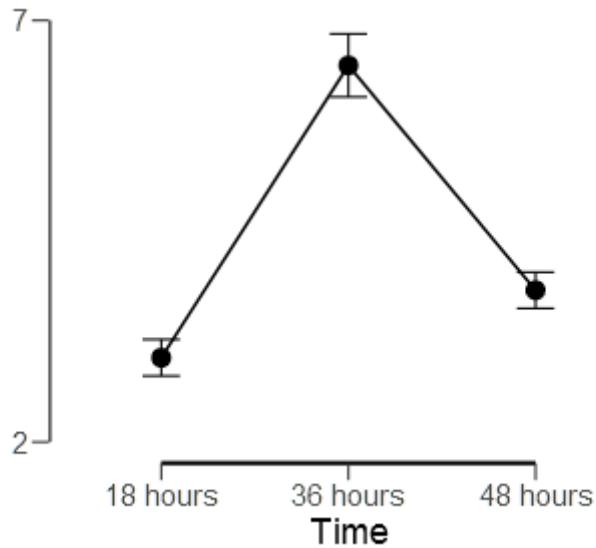
Connover's Post Hoc Comparisons - Time

		T-Stat	df	W _i	W _j	p	p _{bonf}	p _{holm}
18 hours	36 hours	15.171	28	17.000	44.500	< .001	< .001	< .001
	48 hours	6.344	28	17.000	28.500	< .001	< .001	< .001
36 hours	48 hours	8.827	28	44.500	28.500	< .001	< .001	< .001

Fridmanov test pokazuje da vreme ima značajan efekat na percepciju bola. Konoverova post hoc poređenja parova pokazuju da je opaženi bol bio značajno različit u tri vremenske tačke.

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Vreme ostvaruje značajan efekat na subjektivne procene bola ($\chi^2(2) = 26.77, p < .001$). Poređenja parova pokazuju da je percepcija bola bila značajno različita u tri tačke merenja ($p < .001$).





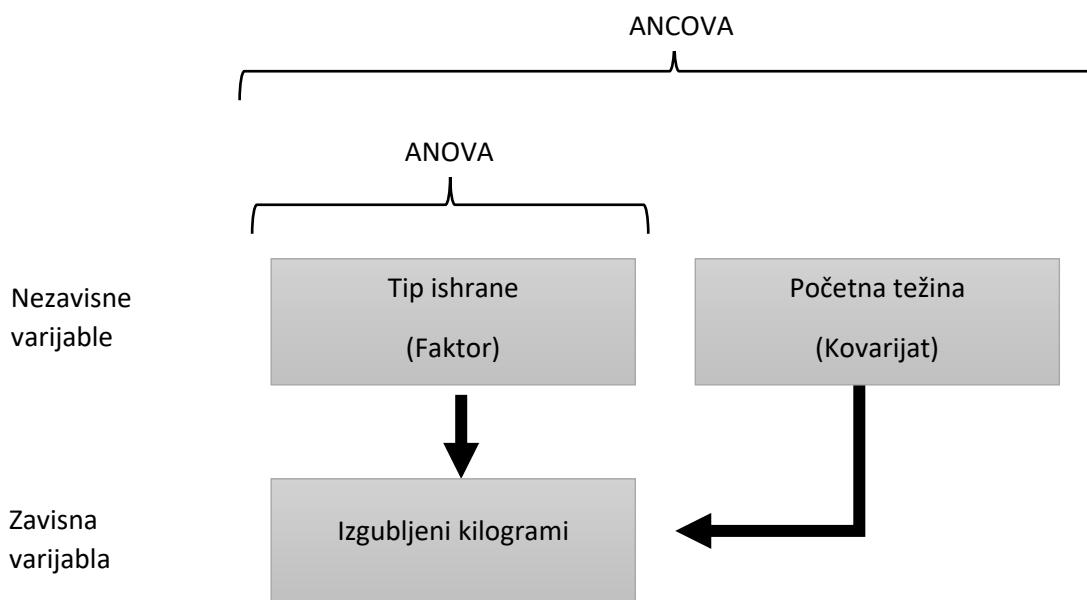
POREĐENJE NEZAVISNIH GRUPA I EFEKTI KOVARIJATA

ANALIZA KOVARIJANSE (ANCOVA)

Analiza kovarijanse (ANCOVA) se nalazi na pola puta između ANOVE i regresije i poredi proseke na zavisnoj varijabli u dve ili više grupa držeći pod kontrolom varijabilnost neke treće numeričke varijable, tzv. kovarijata. ANCOVA ispituje razliku "korigovanih" proseka (korigovanih za efekte kovarijata). Kovarijat uglavnom nije deo osnovnog istraživačkog pitanja, ali može uticati na zavisnu varijablu i stoga treba izvršiti korekciju, odnosno držati ga pod kontrolom. Uvođenje smislenog kovarijata u ANCOVU poboljšava snagu testa i kontrolu nad greškom.

Pod kontrolisanjem se misli na statističko odstranjivanje uticaja treće (kontrolne) varijable sa ciljem ispitivanja "čistog" odnosa između dve varijable. Kaže se ponekad i da treću varijablu držimo konstantnom. Statistička kontrola omogućava izolovanje ili odstranjivanje varijanse onih varijabli koje nisu predmet istraživanja.

Na primer, kada posmatramo razlike u telesnoj masi između tri režima ishrane, deluje prikladno uključiti i podatke o težini pojedinca pre početka dijete s obzirom na to da je verovatnije da će teži ljudi izgubiti veći broj kilograma.



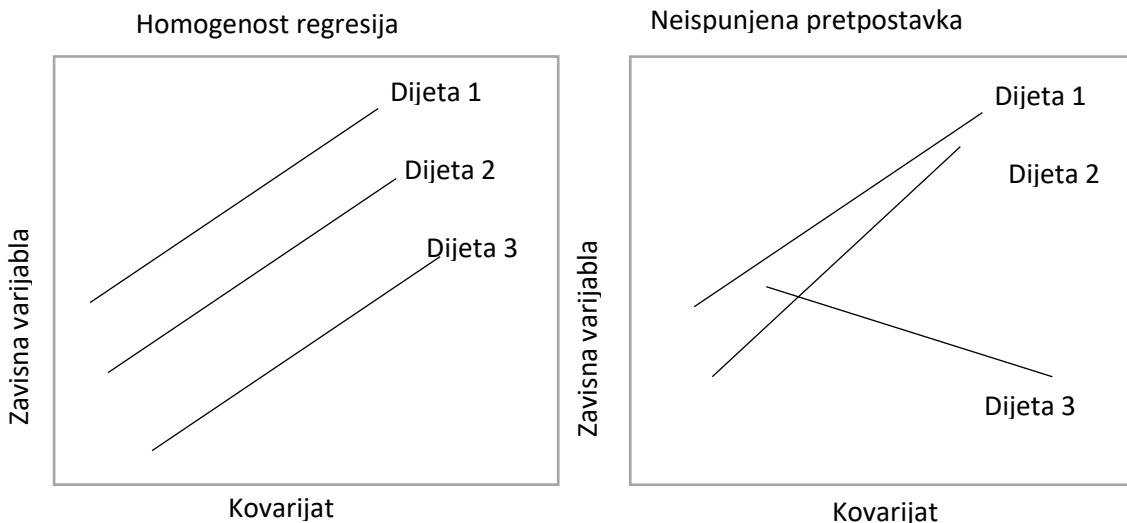
Nulta hipoteza (H_0) glasi da ne postoji statistički značajna razlika između "korigovanih" proseka grupa.



PRETPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

ANCOVA ima iste pretpostavke kao i ANOVA, ali i dve dodatne:

- Linearna veza između zavisne varijable i kovarijata,
- Homogenost regresionih funkcija (regresione linije nezavisnih grupa treba da budu paralelne).



POST HOC TESTIRANJE

JASP nudi četiri alternativna post hoc testa za nezavisne grupe, koji nose nazine po predlačima:

- Bonferonijev test može biti veoma konzervativan, ali zato daje garantovanu kontrolu greške tipa 1 po cenu smanjenja statističke snage. Ne podrazumeva nezavisnost poređenja.
- Holmov test je manje konzervativan u odnosu na Bonferonijev.
- Takijev test je jedan od najčešće korišćenih testova za kontrolu greške tipa 1 za grupe slične veličine i približno jednakih varijansi.
- Šefevov test se koristi kada su veličine grupa različite.

JASP takođe nudi četiri tipa post hoc testa:

1. Standard – kao u gornjem slučaju,
2. Gejms-Haul (Games-Howell) se koristi kada nismo sigurni u jednakost grupnih varijansi,
3. Danetov (Dunnett's) se koristi kada poredimo sve grupe sa jednom (npr. kontrolnom),
4. Dan (Dunn) je neparametrijski post hoc test koji se koristi za testiranje malih podgrupa.

JASP daje i tri alternativne mere veličine efekta:

- Eta kvadrat (η^2) precizno procenjuje objašnjenu varijanse u uzorku, ali precenjuje objašnjenu varijansu u populaciji, što otežava poređenje efekta date varijable u različitim studijama.
- Parcijalni eta kvadrat (η_p^2) rešava probleme u vezi sa populacionom varijansom, dozvoljavajući poređenje efekta iste varijable u različitim studijama.
- Omega kvadrat (ω^2) pruža nepristrasnu procenu veličine efekta na malim uzorcima ($N < 30$).



Test	Mera	Trivijalni	Mali	Srednji	Veliki
ANOVA	Eta kvadrat (η^2)	< 0.10	0.10	0.25	0.37
	Parcijalni eta kvadrat (η_p^2)	< 0.01	0.01	0.06	0.14
	Omega kvadrat (ω^2)	< 0.01	0.01	0.06	0.14

POKRETANJE ANALIZE KOVARIJANSE ZA NEZAVISNE UZORKE

Treba učitati fajl "ANCOVA hangover.csv" koji predstavlja izmenjenu verziju baze podataka Endija Filda (Andy Field, 2017). Jutro nakon žurke studenti su dobili da popiju jedno od tri pića (*drink*) – vodu, kafu ili šumeći vitamin *Barocca*. Nakon dva sata su saopštili kako su se osećali na skali od 0 do 10 (varijabla *wellness*). Istovremeno je prikupljen podatak o stepenu pijanstva (*drunkeness*), odnosno o tome koliko su jedinica alkoholnog pića popili prethodne noći. Prvo je pokrenuta ANOVA sa samoprocenom stanja kao zavisnom varijablom i tipom pića kao fiksiranim faktorom.

ANOVA - wellness

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2
drink	4.267	2	2.133	1.714	0.199	0.045
Residual	33.600	27	1.244			

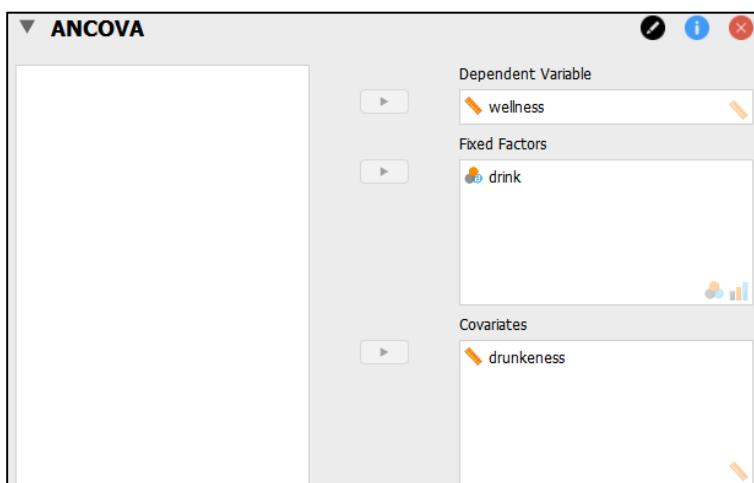
Note. Type III Sum of Squares

Test for Equality of Variances (Levene's)

F	df1	df2	p
1.744	2	27	0.194

Kao što se može videti na osnovu rezultata, nije ugrožena prepostavka o homogenosti varijansi, a rezultati analize varijanse pokazuju da ne postoji značajna razlika u samoproceni stanja u zavisnosti od vrste jutarnjeg pića ($F(2,27) = 1.71, p = .20$). Ovi skorovi bi, međutim, mogli biti povezani sa time koliko su studenti pića popili prethodne noći.

Treba pokrenuti **ANOVA > ANCOVA** i prebaciti varijablu *wellness* kao zavisnu varijablu (**Dependent Variable**), a tip pića (*drink*) kao nezavisnu varijablu (polje **Fixed Factor**). Sada treba dodati varijablu *drunkeness* u **Covariates** okvir.





U padajućem meniju **Assumption Checks** treba označiti obe opcije (**Homogeneity tests** i **Q-Q plot of residuals**).

▼ Assumption Checks

Homogeneity tests

Q-Q plot of residuals

U **Additional Options**, treba prebaciti varijablu *drink* u desni okvir i označiti **Descriptive statistics** i ω^2 kao meru veličine efekta.

▼ Additional Options

Marginal Means → drink

From 1000 bootstraps

Compare marginal means to 0

Confidence interval adjustment None ▾

Display

Descriptive statistics

Estimates of effect size

η^2 partial η^2 ω^2

Vovk-Sellke maximum p-ratio

RAZUMEVANJE ISPISA

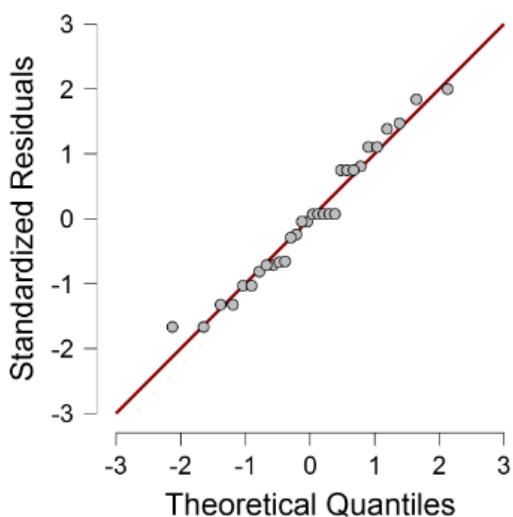
U ispisu bi trebalo da se pojave četiri tabele i jedan Q-Q plot.

ANCOVA - wellness

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2
drink	8.503	2	4.252	7.470	0.003	0.173
drunkeness	18.801	1	18.801	33.032	< .001	0.427
Residual	14.799	26	0.569			

Note. Type III Sum of Squares

Iz prve tabele se može videti da kovarijat (*drunkeness*) značajno predviđa samoprocenu stanja ($p < .001$). Efekat vrste pića, kada se koriguje za efekat stepena pijanstva, postaje statistički značajan ($p = .003$).



Za razliku od klasične ANOVE, kada Leveneov test pokaže da postoji heterogenost varijansi u ispisima se ne pojavljuje Velšova korekacija rezultata. U slučaju ANCOVA-e se heterogenost varijansi može zanemariti. Q-Q plot se čini normalnim.

Descriptives - wellness

drink	Mean	SD	N
Barocca	6.000	1.414	10
Coffee	6.000	0.667	10
Water	5.200	1.135	10

Deskriptivni statistici iz tabele Descriptives pokazuju nekorigovane proseke za samoprocenu u tri grupe.

Marginal Means - drink

drink	Marginal Mean	SE	Lower CI	Upper CI
Barocca	6.571	0.258	6.040	7.103
Coffee	5.273	0.270	4.718	5.828
Water	5.356	0.240	4.862	5.849

Marginalni proseci iz tabele Marginal Means su srednje vrednosti koje su korigovane za efekat kovarijata.

TESTIRANJE DALJIH PREPOSTAVKI

Ko što je napomenuto, prepostavka o homogenosti regresionih linija je važna u slučaju ANCOVA-e. Ova prepostavka se može ispitati testom interakcije nezavisne varijable i kovarijata. Treba otići u podmeni Model, varijable *drink* i *drunkenness* će biti automatski dodate kao pojedinačni prediktori u okvir Model terms. Sada treba istovremeno označiti ove dve varijable u okviru Components i dodati ih u Model terms okvir, na taj način će se dobiti faktor interakcije.



The screenshot shows the JASP Model builder interface. On the left, under 'Components', there are two items: 'drink' and 'drunkeness'. An arrow points from these components to the right side, where they are listed under 'Model terms' as 'drink', 'drunkeness', and 'drink * drunkeness'.

ANCOVA - wellness

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2
drink	2.290	2	1.145	1.876	0.175	0.047
drunkeness	4.865	1	4.865	7.971	0.009	0.189
drink * drunkeness	0.150	2	0.075	0.123	0.885	0.000
Residual	14.649	24	0.610			

Note. Type III Sum of Squares

ANOVA tabela sada ima dodatan red u kojem je prikazana interakcija između faktora i kovarijata. U ovom slučaju ona nije značajna ($p = .88$), što znači da je veza između kovarijata *drunkeness* i zavisne varijable *wellness* ista u svakoj od tri grupe. Ukoliko bi test interakcije bio značajan, postojale bi izvesne sumnje u validnost osnovne ANCOVA analize.

Nakon ove provere, treba ukloniti faktor interakcije iz [Model terms](#) okvira.

POST HOC TESTIRANJE

Ukoliko je ANCOVA dala značajan rezultat, može se izvesti post hoc poređenje. U podmeniju [Post Hoc Tests](#) treba dodati varijablu *drink* u okvir sa desne strane i označiti [Effect size](#), a za post hoc odabratи [Tukey](#) korekciju.

The screenshot shows the JASP Post Hoc Tests dialog box. On the right, under 'Variables', the variable 'drink' is selected. Below the variables, there are several settings: 'Effect size' is checked, 'Tukey' is selected under 'Correction', and 'Standard' is selected under 'Type'.



Post Hoc Comparisons - drink

		Mean Difference	SE	t	Cohen's d	p _{tukey}
Barocca	Coffee	1.298	0.406	3.198	1.174	0.010
	Water	1.215	0.345	3.523	0.948	0.004
Coffee	Water	-0.083	0.371	-0.224	-0.089	0.973

Note. Cohen's d does not correct for multiple comparisons.

Post hoc testovi pokazuju da ne postoji značajna razlika između grupe koja je konzumirala kafu i grupe koja je pila vodu u njihovom prosečnom skoru samoprocene stanja jutro nakon pijenja alkohola. Ipak, ovaj skor je bio značajno viši u grupi ispitanika koja je pila šumeći vitamin. Ovo se može videti i na grafikonu ukoliko u podmeniju Descriptive plots izvršimo sledeća podešavanja.

Descriptives Plots

Factors: drunkeness

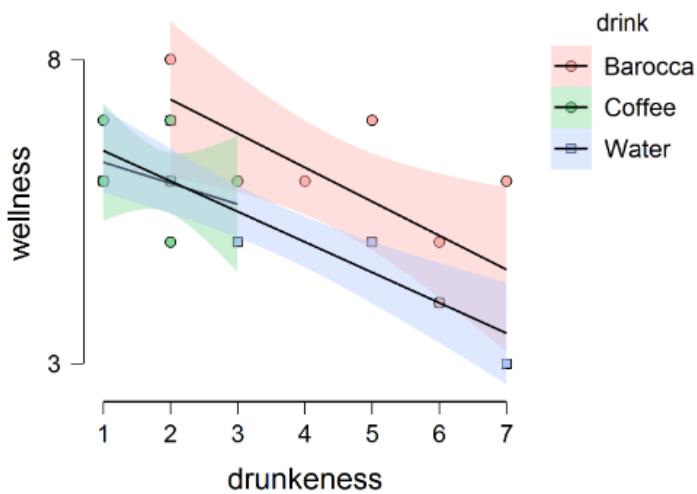
Horizontal Axis: drink

Separate Lines: drink

Separate Plots: drink

Display:

- Display error bars
- Confidence intervals 95 %
- Standard error



IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Kovarijat *drunkenness* je bio značajno povezan sa zavisnom varijablom *wellness* ($F(1,26) = 33.03, p < .001, \omega^2 = 0.43$). Postojao je i značajan efekat vrste pića na samoprocenu stanja nakon što je varijabla stepena pijanstva stavljena pod kontrolu ($F(2, 26) = 7.47, p = .003, \omega^2 = 0.17$).

Post hoc testovi koji su koristili Takijevu korekciju su otkrili da je pijenje Barocca šumećeg vitamina dovelo do značajno višeg skora u odnosu na pijenje vode ($p < .004$) ili kafe ($p = .01$). Nije postojala značajna razlika u skorovima između vode i kafe ($p = .97$).



DVOFAKTORSKA ANALIZA VARIJANSE

Dvofaktorska analiza varijanse se primenjuje u situacijama kada imamo dve kategoričke nezavisne varijable, odnosno dva faktora, i jednu zavisnu numeričku varijablu.

FAKTOR 1	FAKTOR 2	
NIVO 1	Grupa 1	Zavisna varijabla
	Grupa 2	Zavisna varijabla
NIVO 2	Grupa 1	Zavisna varijabla
	Grupa 2	Zavisna varijabla
NIVO 3	Grupa 1	Zavisna varijabla
	Grupa 2	Zavisna varijabla

Faktori su podeljeni u nivoje. U ovom primeru, faktor 1 ima tri nivoa, a faktor 2 ima dva nivoa.

Glavni efekat je efekat jednog faktora na zavisnu varijablu pri čemu se ignorišu uticaji drugih faktora. Postoje dva glavna efekta, oba su "između grupa" (eng. between-subjects), u ovom slučaju su to razlike u nivoima faktora 1 i razlike u nivoima faktora 2. Interakcija predstavlja odnos dva faktora u njihovom delovanju na treću, zavisnu varijablu.

Dvofaktorska ANOVA za nezavisna merenja je još jedan omnibus test koji se koristi kako bi se proverile dve nulte hipoteze:

1. **Ne postoje značajni glavni efekti, odnosno razlike proseka na različitim nivoima faktora.**
2. **Ne postoji značajan efekat interakcije, odnosno efekat jednog faktora nije različit na različitim nivoima drugog faktora.**

PREPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

Kao i svi drugi parametrijski testovi, dvofaktorska analiza varijanse ima prepostavke koje se mogu zadovoljiti adekvatnim nacrtom istraživanja ili se mogu proveriti nakon prikupljanja podataka.

- Nezavisne varijable (faktori) bi trebalo da imaju barem dve nezavisne grupe (nivoa),
- Zavisna varijabla bi trebalo da bude numerička i približno normalno raspodeljena za sve kombinacije nivoa dva faktora,
- Varijanse zavisne varijable bi trebalo da budu homogene za sve kombinacije nivoa faktora,
- Ne bi trebalo da postoje značajni autlajeri.

POKRETANJE DVOFAKTORSKE ANALIZE VARIJANSE ZA NEPONOVLJENA MERENJA

Treba otvoriti fajl pod nazivom "2-way independent ANOVA.csv" koji se sastoji od tri kolone podataka. Prvi faktor je pol sa dva nivoa (muški i ženski), drugi faktor je vrsta suplementacije sa tri nivoa (kontrola, karbohidrat CHO, i protein), a zavisna varijabla je eksplozivna snaga skoka. U okviru **Descriptive statistics** treba ispitati da li postoje značajni autlajeri. U okviru **ANOVA > ANOVA**, treba dodati varijablu *Jump power* u okvir za zavisnu varijablu, a varijable *Gender* i *Supplement* u okvir za fiksne faktore.



▼ ANOVA

Dependent Variable
Jump power

Fixed Factors
Gender
Supplement

WLS Weights

U okviru [Descriptive plots](#), treba dodati varijablu *Supplement* na horizontalanu osu, a *Gender* na odvojene linije. U okviru [Additional Options](#), označiti [Descriptive statistics](#) i [Estimates of effect size \(\$\omega^2\$ \)](#).

▼ Descriptives Plots

Factors

Horizontal Axis
Supplement

Separate Lines
Gender

Separate Plots

Display

Display error bars

Confidence interval 95 %

Standard error

Display

Descriptive statistics

Estimates of effect size

η^2 partial η^2 ω^2

Vovk-Sellke maximum p-ratio



RAZUMEVANJE ISPISA

Ispis bi trebalo da se sastoji od dve tabele i jednog grafikona.

ANOVA - Jump power

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2
Gender	119108.037	1.000	119108.037	9.589	0.003	0.058
Supplement	896116.137	2.000	448058.068	36.071	< .001	0.477
Gender * Supplement	275806.438	2.000	137903.219	11.102	< .001	0.138
Residual	521712.054	42.000	12421.716			

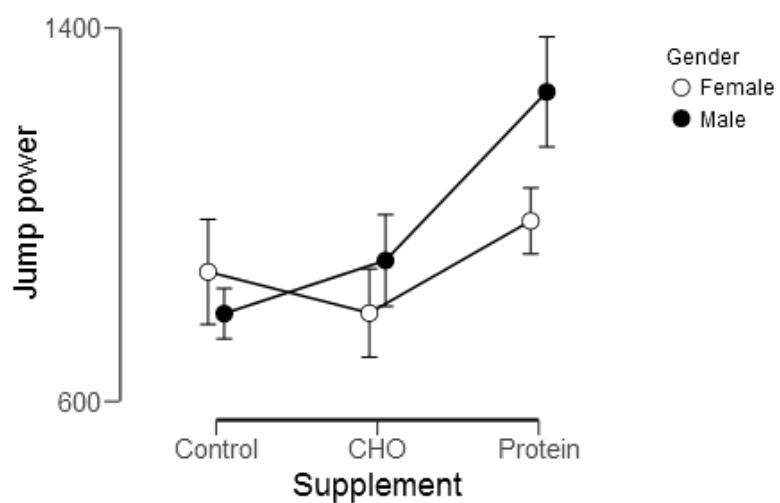
Note. Type III Sum of Squares

Gornja tabela pokazuje da postoje značajni glavni efekti oba faktora, i pola ($p = .003$) i suplementacije ($p < .001$), koji su srednjeg odnosno visokog intenziteta. Ovo ukazuje na to da postoji značajna razlika u snazi skoka između muškaraca i žena, nezavisno od suplementacije, kao i da postoje značajne razlike između različitih suplemenata, nezavisno od pola. Pored toga, postoji i značajna interakcija između dva faktora ($p < .001$), takođe srednjeg do visokog intenziteta ($\omega^2 = .14$), što ukazuje na to da su polne razlike u snazi skoka na neki način pod uticajem tipa suplementacije.

Deskriptivni statistici i grafikon ukazuju na to da su polne razlike najizraženije onda kada se koristi proteinska suplementacija.

Descriptives - Jump power ▾

Gender	Supplement	Mean	SD	N
Female	Control	877.500	134.563	8.000
	CHO	789.286	102.283	7.000
	Protein	986.667	91.924	9.000
Male	Control	788.125	64.417	8.000
	CHO	901.875	117.502	8.000
	Protein	1263.125	140.863	8.000





PRETPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

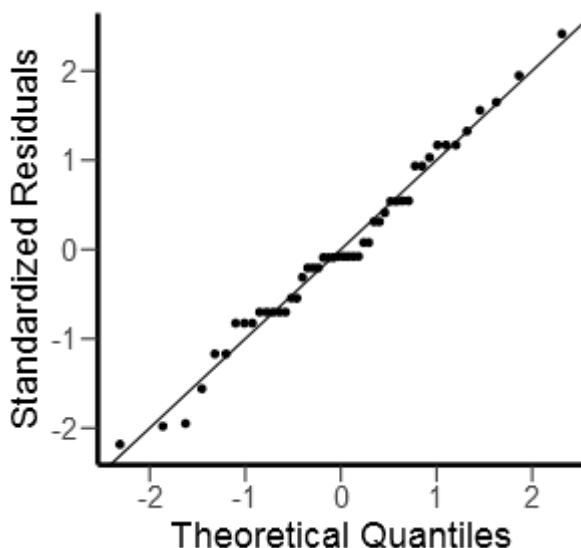
U podmeniju [Assumption Checks](#) treba označiti [Homogeneity tests](#) i [Q-Q plot of residuals](#).

Assumption Checks

Test for Equality of Variances (Levene's)

F	df1	df2	p
1.100	5.000	42.000	0.375

Leveneov test ne pokazuje značajnu razliku u varijansama zavisne varijable u različitim grupama, tako da pretpostavka o homogenosti varijansi nije narušena.



Q-Q plot pokazuje da su podaci linearni i približno normalno raspodeljeni. Ovo znači da možemo da imamo poverenja u rezultate dvofaktorske analize varijanse s obzirom na to da nijedna od ovih pretpostavki nije odbačena.



PROSTI EFEKTI (ENG. SIMPLE MAIN EFFECTS)

U okviru [Simple Main Effects](#) padajućeg menija treba dodati varijablu *Gender* u okvir [Simple effect factor](#), a varijablu *Supplement* u okvir [Moderator Factor 1](#).

Simple Main Effects - Gender

Level of Supplement	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Control	31951.563	1	31951.563	2.572	0.116
CHO	47325.030	1	47325.030	3.810	0.058
Protein	323700.184	1	323700.184	26.059	< .001

Rezultati u ovoj tabeli pokazuju da ne postoje polne razlike u snazi skoka ni u okviru kontrolne ($p = .12$), ni u okviru CHO ($p = 0.06$) grupe. Međutim, postoji značajna razlika u snazi skoka između polova u okviru grupe koja je primala proteinsku suplementaciju ($p < .001$).



POST HOC TESTIRANJA

U okviru [Post Hoc Tests](#) podmenija treba dodati varijablu *Supplement* i interakcionu varijablu *Gender*Supplement* u okvir sa desne strane, a onda označiti [Effect size](#) i u ovom slučaju koristiti Takijevu formulu za korekciju.



Post hoc testiranje nije izvedeno za varijablu pol s obzirom na to da ona ima samo dva nivoa.

Post Hoc Comparisons - Supplement

		Mean Difference	SE	t	Cohen's d	p _{Tukey}
Control	CHO	-12.768	40.102	-0.318	-0.109	0.946
	Protein	-292.083	38.853	-7.518	-1.919	< .001
	CHO	-279.315	39.561	-7.060	-1.782	< .001

Note. Cohen's d does not correct for multiple comparisons.

Rezultati post hoc testova otkrivaju da ne postoji značajna razlika između kontrolne i CHO grupe, bez obzira na pol, ali da postoje značajne razlike između kontrolne i proteinske grupe ($p < .001$), kao i između CHO i proteinske grupe ($p < .001$).

Post hoc poređenja za interakciju dalje razlažu ove rezultate.

Post Hoc Comparisons - Gender * Supplement

		Mean Difference	SE	t	p _{Tukey}
Female,CHO	Male,CHO	-112.589	57.682	-1.952	0.386
	Female,Control	-88.214	57.682	-1.529	0.648
	Male,Control	1.161	57.682	0.020	1.000
	Female,Protein	-197.381	56.167	-3.514	0.013
Male,CHO	Male,Protein	-473.839	57.682	-8.215	< .001
	Female,Control	24.375	55.726	0.437	0.998
	Male,Control	113.750	55.726	2.041	0.337
	Female,Protein	-84.792	54.156	-1.566	0.625
Female,Control	Male,Protein	-361.250	55.726	-6.483	< .001
	Male,Control	89.375	55.726	1.604	0.601
	Female,Protein	-109.167	54.156	-2.016	0.351
	Male,Protein	-385.625	55.726	-6.920	< .001
Male,Control	Female,Protein	-198.542	54.156	-3.666	0.008
	Male,Protein	-475.000	55.726	-8.524	< .001
	Female,Protein	-276.458	54.156	-5.105	< .001

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Dvofaktorska ANOVA je korišćena kako bi se ispitali efekti pola i tipa suplementacije na eksplozivnu snagu skoka. Rezultati pokazuju značajne glavne efekte pola ($F(1, 42) = 9.59, p = .003, \omega^2 = .058$) i suplementacije ($F(2, 42) = 30.07, p < .001, \omega^2 = .477$). Pored toga, registrovana je i statistički značajna interakcija pola i suplementacije u njihovom delovanju na snagu skoka ($F(2, 42) = 11.10, p < .001, \omega^2 = .138$).

Takijevi post hoc testovi pokazuju da je eksplozivna snaga nogu bila značajno veća u grupi ispitanika koji su dobijali proteinsku suplementaciju, kako u odnosu na kontrolnu ($t = -1.92, p < .001$), tako i u odnosu na CHO grupu ($t = 1.78, p < .001$).

Prosti efekti pokazuju da je snaga skoka bila značajno veća kod muškaraca koji su pili proteine nego kod žena koje su pile proteine ($F(1) = 28.06, p < .001$).



DVOFAKTORSKA ANOVA ZA PONOVLJENA MERENJA

Dvofaktorska ANOVA za ponovljena merenja znači da postoje dva faktora u istraživanju, kao što su na primer različiti tretmani ili različiti uslovi. *Ponovljena merenja* znači da isti subjekti dobijaju više od jednog tretmana i/ili prolaze kroz više od jednog uslova.

Nezavisna varijabla (faktor 2)	Ispitanik	Nezavisna varijabla (faktor 1) = vreme		
		Vreme 1	Vreme 2	Vreme 3
Uslov 1	1	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla
	2	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla
	3	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla
Uslov 2	1	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla
	2	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla
	3	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla

Faktori se dele u nivoe. Tako u ovom slučaju imamo faktor 1 sa tri ponovljena nivoa i faktor 2 sa dva ponovljena nivoa. Glavni efekat je efekat jedne od nezavisnih varijabli na zavisnu varijablu, pri čemu se zanemaruju efekti svih preostalih varijabli. U slučaju dvofaktorske analize postoje dva glavna efekta, kao i efekat interakcije.

Dvofaktorska ANOVA za ponovljena merenja je omnibus test kojim se proveravaju tri nulte hipoteze:

H₀1: Prosečne vrednosti zavisne varijable su iste na svim nivoima faktora 1 (bez obzira na faktor 2).

H₀2: Prosečne vrednosti zavisne varijable su iste na svim nivoima faktora 2 (bez obzira na faktor 1).

Nulta hipoteza za interakciju između faktora glasi:

H₀3: Dva faktora su nezavisna u svom delovanju na zavisnu varijablu, odnosno ne postoji interakcija.

PREPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

Kao i svi ostali parametrijski testovi, tako i dvofaktorska ANOVA za ponovljena merenja ima niz pretpostavki koje bi trebalo zadovoljiti ili nacrtom ili proveriti nakon prikupljanja podataka.

- Nezavisne varijable (faktori) bi trebalo da imaju barem dve zavisne grupe (nivoa),
- Zavisna varijabla bi trebalo da bude numerička i približno normalno raspodeljena za sve kombinacije nivoa dva faktora,
- Treba da postoji sfericitet, odnosno jednakost varijansi skorova razlike za sve parove dobijene kombinacijom nivoa dva faktora,
- Ne postoje autlajeri.

POKRETANJE DVOFAKTORSKE ANOVE ZA PONOVLJENA MERENJA

Treba otvoriti fajl pod nazivom "2-way repeated ANOVA.csv" koji se sastoji od četiri kolone podataka: tzv. "sedi i posegni" (eng. "sit and reach") skorovi fleksibilnosti za kombinaciju nivoa dva faktora – prvi sa dva nivoa (istezanje i neistezanje) i drugi sa dva nivoa (zagrevanje i nezagrevanje).

U okviru **Descriptive statistics** treba proveriti da li postoje autlajeri. Pokrenuti **ANOVA > Repeated Measures ANOVA**. Najpre treba definisati svaki faktor i njegove nivoe. Tako *RM Factor 1* imenujemo



kao *Stretching* a njegove nivoe kao *stretch* i *no stretch*. Potom treba definisati *RM Factor 2* kao *Warm-up*, a njegove nivoe kao *warm-up* i *no warm-up*. Nakon toga treba dodeliti odgovarajuće kolone podataka odgovarajućim celijama.

▼ Repeated Measures ANOVA

Repeated Measures Factors

Stretching
Stretch
No stretch
Level 3
Warm up
Warm up
No warm up

Repeated Measures Cells

Stretch+warm up	Stretch,Warm up
Stretch+no warm ...	Stretch,No warm up
No stretch+warm ...	No stretch,Warm up
No stretch+no wa...	No stretch,No war...

U okviru [Additional options](#) treba označiti [Descriptive statistics](#) i [Estimates of effect size - \$\omega^2\$](#) .

Display

Descriptive statistics

Estimates of effect size

η^2

partial η^2

ω^2

Vovk-Sellke maximum p-ratio

U okviru [Descriptive plots](#) treba dodati faktor *Stretching* na horizontalnu osu ([Horizontal Axis](#)) i faktor *Warm-up* na odvojene linije ([Separate Lines](#)). Označiti [Display error bars](#) opciju.

▼ Descriptives Plots

Factors

Horizontal Axis

Stretching

Separate Lines

Warm up

Separate Plots

Label y-axis

Display

Display error bars

Average across unused RM factors

Confidence interval 95 %

Standard error



RAZUMEVANJE ISPISA

Ispis bi trebalo da se sastoji od tri tabele i jednog grafikona. Tabela pod nazivom [Between-Subjects Effects table](#) se može ignorisati u ovoj analizi.

Within Subjects Effects

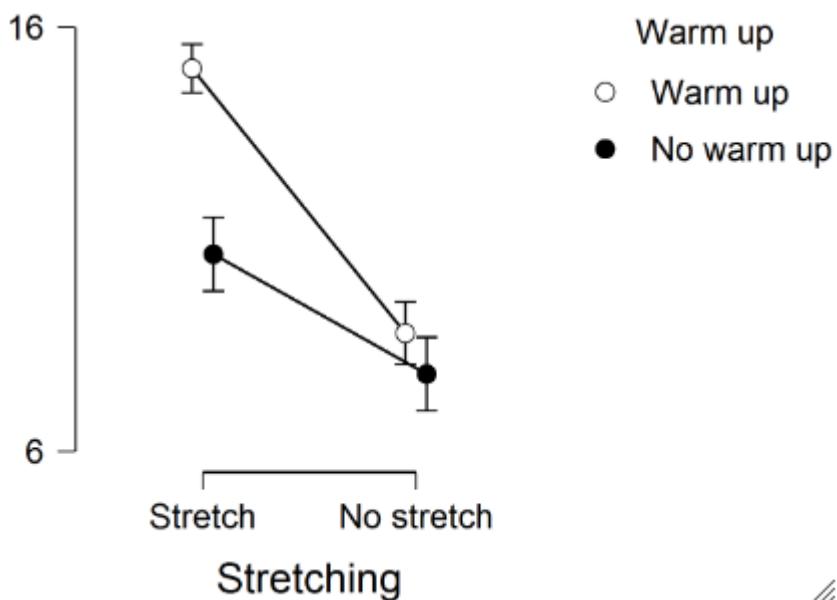
	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2
Stretch	246.43	1	246.432	123.40	< .001	0.647
Residual	21.97	11	1.997			
Warm up	85.71	1	85.707	68.69	< .001	0.404
Residual	13.72	11	1.248			
Stretch * Warm up	34.99	1	34.987	29.64	< .001	0.215
Residual	12.98	11	1.180			

Note. Type III Sum of Squares

Gornja tabela pokazuje da postoji značajan glavi efekat faktora istezanja ($p < .001$) i zagrevanja ($p < .001$) u njihovom delovanju na fleksibilnost. Oba faktora imaju snažan efekat. Postoji i značajna interakcija ova dva faktora ($p < .001$), koja ukazuje na to da su efekti istezanja drugačiji u zavisnosti od toga da li je bilo zagrevanja ili ne. Ovi podaci se mogu videti i kroz tabelarno i kroz grafički prikazane podatke.

Descriptives

Stretch	Warm up	Mean	SD	N
Stretch	Warm up	15.029	1.551	12
	No warm up	10.649	2.121	12
No stretch	Warm up	8.790	1.892	12
	No warm up	7.825	1.750	12





TESTIRANJE PREPOSTAVKI

U ovom slučaju ne postoji provera prepostavki. Sfericitet se može testirati onda kada postoje najmanje tri nivoa, a homogenost zahteva bar dva nezavisna skupa podataka. Ukoliko faktor ima više od dva nivoa, treba pokrenuti Mohlijev test sfericiteta i onda kada je on značajan izvestiti o odgovarajućim korigovanim F-vrednostima (za detaljnije objašnjenje videti Jednofaktorska ANOVA za zavisna merenja).

PROSTI EFEKTI FAKTORA

U podmeniju **Simple Main Effects** treba dodati varijablu *Warm* u okvir **Simple effect factor**, a varijablu *Stretch* u okvir **Moderator Factor 1**.

Simple Main Effects

Factors

Simple Effect Factor

Warm up

Moderator Factor 1

Stretching

Moderator Factor 2

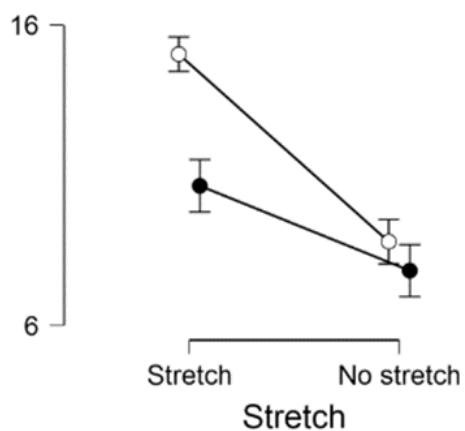
Pool error terms

Simple Main Effects - Warm up

Level of Stretch	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Stretch	115.106	1	115.106	112.673	< .001
No stretch	5.587	1	5.587	3.973	0.072

Note. Type III Sum of Squares

Rezultati prikazani u gornjoj tabeli pokazuju da u slučaju postojanja istezanja imamo značajnu razliku između nivoa faktora zagrevanje na zavisnoj varijabli fleksibilnosti ($p < .001$), dok u slučaju odsustva istezanja ova razlika nije značajna ($p = .072$).





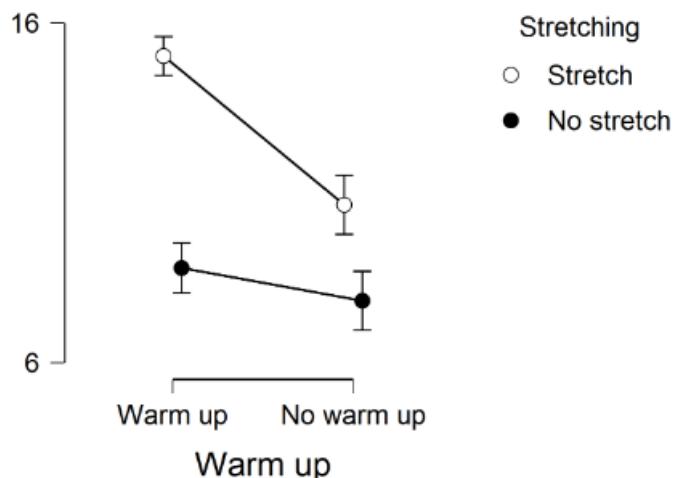
Sada možemo u postavkama prethodne analize da zamenimo mesta varijabla *Stretch* i *Warm up* i prikažemo *Warm-up* varijablu na horizontalnoj osi, a *Stretch* na odvojenim linijama.

Simple Main Effects - Stretch

Level of Warm up	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Warm up	233.56	1	233.56	234.18	< .001
No warm up	47.86	1	47.86	21.95	< .001

Note. Type III Sum of Squares

U ovom slučaju postoje značajne razlike u fleksibilnosti u zavisnost od toga da li su se ispitanici zagrevali ili nisu, i to na oba nivoa faktora istezanje ($p < .001$).



POST HOC TESTIRANJE

Ukoliko je ANOVA značajna, onda se mogu sprovesti post hoc testiranja. U podmeniju Post Hoc Tests treba dodati faktore *stretch*, *warm-up* i interakcioni faktor *stretching*warm-up* u okvir sa desne strane, te označiti *Effect size* i *Holm*ovu korekciju.



Post Hoc Comparisons - Stretch

		Mean Difference	SE	t	Cohen's d	p _{holm}
Stretch	No stretch	4.532	0.408	11.11	3.207	< .001

Note. Cohen's d does not correct for multiple comparisons.

Post Hoc Comparisons - Warm up

		Mean Difference	SE	t	Cohen's d	p _{holm}
Warm up	No warm up	2.672	0.322	8.288	2.393	< .001

Note. Cohen's d does not correct for multiple comparisons.

Rezultati post hoc testiranja potvrđuju značajne razlike u stepenu fleksibilnosti kada se porede dva nivoa za svaki od faktora. Rezultati su dalje raloženi u post hoc poređenjima za interakciju.

Post Hoc Comparisons - Stretching * Warm up

		Mean Difference	SE	t	p _{holm}
No stretch, No warm up	No stretch, Warm up	-0.965	0.450	-2.145	0.043
	Stretch, No warm up	-2.824	0.515	-5.488	< .001
	Stretch, Warm up	-7.204	0.520	-13.854	< .001
No stretch, Warm up	Stretch, No warm up	-1.859	0.520	-3.575	0.004
	Stretch, Warm up	-6.239	0.515	-12.125	< .001
Stretch, No warm up	Stretch, Warm up	-4.380	0.450	-9.737	< .001

Note. Bonferroni adjusted confidence intervals.

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Dvofaktorska ANOVA je korišćena kako bi se ispitali efekti istezanja i zagrevanja na fleksibilnost. Dobijeni su značajni glavni efekti istezanja ($F(1, 11) = 123.40, p < .001, \omega^2 = .65$) i zagrevanja ($F(1, 11) = 68.69, p < .001, \omega^2 = .40$). Postojala je i statistički značajna interakcija efekata istezanja i zagrevanja na fleksibilnost ($F(1, 11) = 29.64, p < .001, \omega^2 = .22$).

Prosti efekti pokazuju da je fleksibilnost bila značajno veća onda kada su se ispitanici i zagrevali pre i istezali nakon treninga ($F(1) = 112.60, p < .001$).



MEŠOVITA ANOVA

Mešovita (eng. mixed-factor) ANOVA predstavlja kombinaciju analize varijanse za ponovljena i neponovljena merenja koja uključuje više od jedne nezavisne varijable (faktora).

Nezavisna varijabla (faktor 2)	Nezavisna varijabla (faktor 1) = vreme ili uslov		
	Vreme / uslov 1	Vreme / uslov 2	Vreme / uslov 3
Grupa 1	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla
Grupa 2	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla	Zavisna varijabla

Faktori su podeljeni u nivoe. U ovom slučaju faktor 1 ima tri nivoa, a faktor 2 ima dva nivoa. Ovo daje šest mogućih kombinacija nivoa.

Glavni efekat je efekat jedne od nezavisnih varijabli na zavisnu varijablu pri čemu se zanemaruju efekti svih drugih nezavisnih varijabli. Testiraju se dva glavna efekta, u ovom slučaju poređimo podatke kroz ponovljeni, unutar ispitanika (eng. within-subjects) faktor 1 pod nazivom vreme, i između ispitanika (eng. between-subjects), odnosno između nivoa faktora 2 pod nazivom grupa. Pored toga, testiramo i interakciju ova dva faktora.

Glavni efekat faktora vremena ili uslova utvrđuje sledeće (bez obzira na nivo faktora grupa):

Faktor 2	Faktor 1 (vreme ili uslov)		
	Vreme / uslov 1	Vreme / uslov 2	Vreme / uslov 3
Grupa 1	Svi podaci	Svi podaci	Svi podaci
Grupa 2			

[] * [] [] * []
[] * [] []

Glavni efekat faktora grupe utvrđuje sledeće (bez obzira na nivo faktora vreme/uslov):

Faktor 2	Faktor 1 (vreme ili uslov)		
	Vreme / uslov 1	Vreme / uslov 2	Vreme / uslov 3
Grupa 1	Svi podaci		
Grupa 2	Svi podaci	[] *	

U donjoj tabeli je prikazano ispitivanje prostih efekata faktora grupe na različitim nivoima faktora vremena (uslova):

Faktor 2	Faktor 1 (vreme ili uslov)		
	Vreme / uslov 1	Vreme / uslov 2	Vreme / uslov 3
Grupa 1	Podaci	[]	Podaci
Grupa 2	Podaci	[] *	Podaci

Mešovita ANOVA je omnibus test kojim se ispituju tri nulte hipoteze.

- H₀1: Ne postoji značajan efekat ponovljenog faktora.
- H₀2: Ne postoji značajan efekat neponovljenog faktora.
- H₀3: Ne postoji značajna interakcija ova dva faktora.



PRETPOSTAVKE (USLOVI) ZA PRIMENU TESTA

Kao i svi ostali parametrijski testovi, tako i mešovita ANOVA ima niz pretpostavki koje bi trebalo zadovoljiti ili nacrtom ili proveriti nakon prikupljanja podataka.

- Ponovljeni faktor bi trebalo da ima barem dva zavisna merenja (nivoa),
- Neponovljeni faktor bi trebalo da ima bar dve nezavisne grupe (nivoa),
- Zavisna varijabla bi trebalo da bude numerička i približno normalno distribuirana za sve kombinacije nivoa dva faktora,
- Treba da postoji homogenost varijansi za svaku grupu i, ukoliko postoji više od dva nivoa, treba da postoji i sfericitet za zavisne grupe,
- Ne postoje značajni autlajeri.

POKRETANJE MEŠOVITE ANOVE

Treba otvoriti fajl pod nazivom “2-way Mixed ANOVA.csv” koji se sastoji od četiri kolone podataka koji se odnose na vrste držača šipke za tegove (*weightlifting grip*) i brzinu podizanja tri različita tereta (%1RM). Kolona 1 sadrži podatke o tipu držača, dok kolone 2-4 sadrže tri ponovljene mere za različita opterećenja (30%, 50% i 70%). Najpre treba proveriti da li postoje značajni autlajeri, a potom pokrenuti [ANOVA > Repeated measures ANOVA](#).

Treba definisati ponovljeni faktor, tj. imenovati ga kao %1RM, i dodati tri nivoa (30%, 50% i 70%). Sada odgovarajuće vrednosti dodeljujemo poljima u okviru [Repeated measures Cells](#) i dodajemo varijablu *Grip* u polje [Between-Subjects Factors](#).

The screenshot shows the 'Repeated Measures ANOVA' dialog box. In the 'Repeated Measures Factors' section, '%1RMax' is listed with levels 30%, 50%, and 70%. The 'Repeated Measures Cells' section contains three rows: RM30 (30%), RM50 (50%), and RM70 (70%). The 'Between Subject Factors' section contains the variable 'Grip'. The dialog box has standard OS X-style buttons for 'OK', 'Cancel', and 'Help' at the top right.



U padajućem meniju **Descriptive plots**, treba prenesti **%1RM** na horizontalnu osu a varijablu **Grip** na odvojene linije. Ovde je moguće dodati i naziv vertikalne linije (polje **Label y-axis**).

The screenshot shows the 'Descriptives Plots' dialog in JASP. In the 'Factors' section, '%1RMMax' is selected and moved to the 'Horizontal Axis' section. In the 'Label y-axis' field, 'Velocity' is entered. Under 'Display', the 'Confidence interval' radio button is selected at 95%, and the 'Standard error' option is unselected.

U Additional Options treba označiti **Descriptive statistics** i **Estimates of effect size (ω^2)**.

The screenshot shows the 'Additional Options' dialog in JASP. Under the 'Display' section, 'Descriptive statistics' and 'Estimates of effect size' are checked. Under 'Estimates of effect size', both ' η^2 ' and ' ω^2 ' are checked. The 'Vovk-Sellke maximum p-ratio' option is unselected.

RAZUMEVANJE ISPISA

Ispis bi trebalo da se sastoji iz tri tabele i jednog grafikona.

Within Subjects Effects

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2
%1RM	5.605*	2*	2.803*	115.450*	< .001*	0.744
%1RM * Grip	0.583*	2*	0.291*	12.003*	< .001*	0.218
Residual	0.874	36	0.024			

Note. Type III Sum of Squares

* Mauchly's test of sphericity indicates that the assumption of sphericity is violated ($p < .05$).

S obzirom na glavni efekat varijable **%1RM**, rezultati pokazuju visoku vrednost F-statistika koji je značajan ($p < .001$) i ima snažan efekat ($\omega^2 = .74$). Stoga, nezavisno od tipa držača, postoji značajna razlika između tri nivoa opterećenja.

Bilo kako bilo, JASP izveštava ispod tabele da je narušena prepostavka o sfericitetu. Ovim pitanjem bavimo se u sledećem odeljku.



Pored toga, uočavamo postojanje značajne interakcije između varijabli $\%1RM$ i *grip* ($p < .001$) koja takođe ima snažan efekat ($\omega^2 = .50$). Ovo ukazuje na to da su razlike između opterećenja na neki način zavisila od vrste držača šipke za tegove.

Between Subjects Effects

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2
Grip	1.095	1	1.095	20.925	< .001	0.499
Residual	0.942	18	0.052			

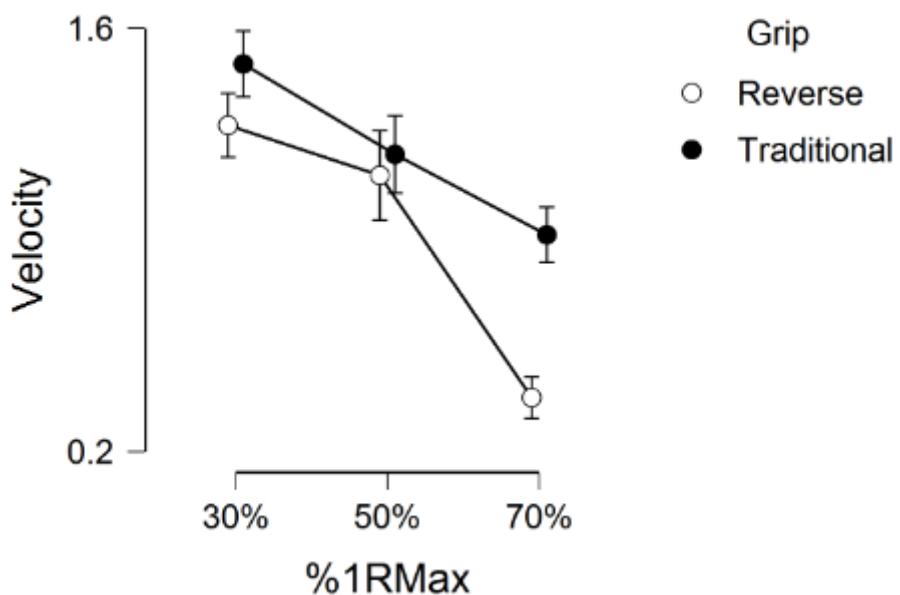
Note. Type III Sum of Squares

U gornjoj tabeli vidimo značajnost efekta vrste držača ($p < .001$), bez obzira na opterećenje.

Na osnovu deskriptivnih podataka koji su prikazani tabelarno i grafički, čini se da je razlika između dva tipa držača bila najizraženija u slučaju visokog (70%) opterećenja.

Descriptives

%1RMax	Grip	Mean	SD	N
30%	Reverse	1.279	0.178	10.000
	Traditional	1.482	0.217	10.000
50%	Reverse	1.114	0.198	10.000
	Traditional	1.183	0.256	10.000
70%	Reverse	0.379	0.105	10.000
	Traditional	0.917	0.086	10.000





TESTIRANJE PREPOSTAVKI

U podmeniju [Assumptions Checks](#) označiti [Sphericity tests](#), [Sphericity corrections](#) i [Homogeneity tests](#).

Assumption Checks

- Sphericity tests
- Sphericity corrections
- None Greenhouse-Geisser Huynh-Feldt
- Homogeneity tests

Test of Sphericity

	Mauchly's W	p	Greenhouse-Geisser ϵ	Huynh-Feldt ϵ
%1RMax	0.649	0.025	0.740	0.791

Mohlijev test sfericiteta je značajan što znači da je ova prepostavka narušena. Treba primeniti Grinhaus-Gejzer korekciju s obzirom na to da je vrednost epsilona manja od 0.75. Sada se treba vratiti na podmeni [Assumption Checks](#) i u okviru [Sphericity corrections](#) ostaviti označeno samo [Greenhouse-Geisser](#). Ovo će dovesti do nove verzije tabele [Within-Subjects Effects](#):

Within Subjects Effects ▾

	Sphericity Correction	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2
%1RM	Greenhouse-Geisser	5.605*	1.480*	3.787*	115.450*	< .001*	0.744
%1RM * Grip	Greenhouse-Geisser	0.583*	1.480*	0.394*	12.003*	< .001*	0.218
Residual	Greenhouse-Geisser	0.874	26.639	0.033			

Note. Type III Sum of Squares

* Mauchly's test of sphericity indicates that the assumption of sphericity is violated ($p < .05$).

Test for Equality of Variances (Levene's)

	F	df1	df2	p
RM30	0.523	1.000	18.000	0.479
RM50	0.346	1.000	18.000	0.564
RM70	0.183	1.000	18.000	0.674

Leveneov test pokazuje da ne postoje razlike u varijansama zavisne varijable između dve grupe ispitanika koji su trenirali sa različitim držačima na bilo kom od tri nivoa opterećenja.

POST HOC TESTIRANJA

Ukoliko ANOVA pokaže značajne rezultate, onda se dalje mogu sprovesti post hoc testovi. U podmeniju [Post Hoc Tests](#) treba dodati [%1RM](#) u okvir za analiziranje sa desne strane, označiti [Effect size](#) i u ovom slučaju koristiti formulu koji predlaže [Holm](#). Treba primetiti da su samo Bonferonijeva i Holmova korekcija dostupne za ponovljena merenja.



▼ Post Hoc Tests

Grip %1RMax

Confidence intervals 95 %

Effect size Pool error term for RM factors

Correction

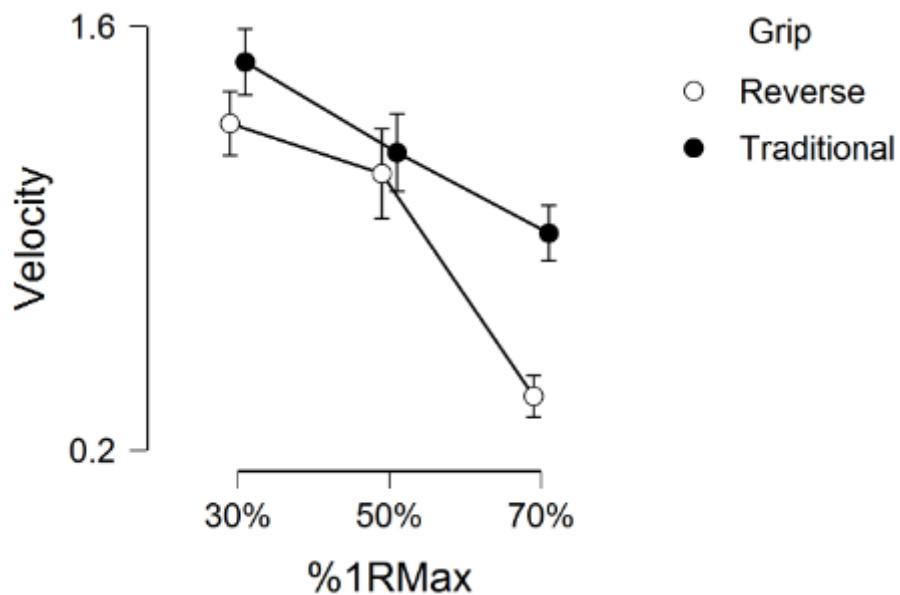
Holm
 Bonferroni
 Tukey
 Scheffe

Post Hoc Comparisons - %1RMax

		Mean Difference	SE	t	Cohen's d	p _{bonf}
30%	50%	0.232	0.060	3.856	0.862	0.003
	70%	0.733	0.050	14.583	3.261	< .001
50%	70%	0.500	0.073	6.839	1.529	< .001

Note. Cohen's d does not correct for multiple comparisons.

Rezultati post hoc testa pokazuju da se težine međusobno razlikuju bez obzira na vrstu držača, kao što se i vidi na grafikonu - brzina podizanja opada sa težinom tereta.





Konačno, u okviru podmenija **Simple main effects** treba dodati varijablu *Grip* u okvir **Simple Effect Factor**, a varijablu *%1RM* u okvir **Moderator Factor 1**.

Simple Main Effects

Factors	Simple Effect Factor
	Grip
	Moderator Factor 1
	%1RMax
	Moderator Factor 2

Pool error terms

Simple Main Effects - Grip

Level of %1RM	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
30%	0.206	1	0.206	5.229	0.035
50%	0.024	1	0.024	0.461	0.506
70%	1.447	1	1.447	157.212	< .001

Ovi rezultati pokazuju da postoji statistički značajna razlika u brzini podizanja tereta za dva držača na 30% opterećenja ($p = .035$), kao i na 70% opterećenja ($p < .001$), ali ne i na 50% ($p = .51$).

IZVEŠTAVANJE O REZULTATIMA

Uz Grinhaus-Gejzerovu korekciju pokazan je statistički značajan efekat opterećenja ($F (1.48, 26.64) = 115.45, p < .001$). Bonferonijevi post hoc testovi pokazuju da postoji značajno sekvencijalno smanjenje brzine podizanja između 30% i 50% tereta ($p = .035$) i između 50% i 70% ($p < .001$).

Registrovan je statistički značajan efekat tipa držača ($F (1, 18) = 20.93, p < .001$) koji pokazuje da je prosečna brzina podizanja tereta veća kada se koristi standardni držač za tegove.

Uz Grinhaus-Gejzerovu korekciju je pokazana i značajna interakcija faktora *%1RM* i *Grip* ($F (1.48, 26.64) = 12.00, p < .001$), što ukazuje na to da je tip držača šipke imao različite efekte na brzinu dizanja tegova u zavisnosti od njihove težine.



BIVARIJATNI HI-KVADRAT TEST

Bivarijatni hi-kvadrat (χ^2) test, poznat i pod nazivima Pirsonov χ^2 test, ili χ^2 test za ispitivanje nezavisnost (eng. chi-square test for independence) ili χ^2 test za ispitivanje povezanost (eng. chi-square test of association), može se koristiti da bi se ispitalo da li postoji povezanost između dve kategoričke varijable. Test se zasniva na tabeli kontigencije ili kros-tabulaciji kojom se prikazuju unakrsno grupisane kategoričke varijable.

Bivarijatni χ^2 test proverava nultu hipotezu po kojoj ne postoji povezanost dve kategoričke varijable. Njime se porede opažene frekvencе sa frekvencama koje bismo očekivali u slučaju da povezanost ne postoji.

Ova analiza zahteva ispunjenost dve prepostavke:

1. Dve varijable moraju biti kategoričke (nominalne ili ordinalne),
2. Svaka varijabla treba da ima najmanje dve kategorije.

Većina statističkih testova fituje model u odnosu na opažene podatke sa nultom hipotezom da ne postoje razlike između opaženih i modelovanih (očekivanih) podataka. Greška ili devijacija modela se računa po formuli:

$$\text{Devijacija} = \sum (\text{opaženo} - \text{očekivano})^2$$

Većina parametrijskih modela se odnose na populacioni prosek i standardne devijacije. Sa druge strane, χ^2 model se zasniva na očekivanim frekvencama.

Na koji način se izračunavaju očekivane frekvencе? Zamislimo, na primer, da smo kategorisali 100 ljudi po polu (muškarci i žene) i visini (niski i visoki). Ukoliko bismo očekivali jednaku distribuciju u četiri kategorije (odsustvo povezanosti), onda bi očekivana frekvenca bila $100 / 4 = 25$. Opaženi podaci, međutim, ne pokazuju ovakvu raspodelu frekvenci.

Očekivana	M	Ž	Ukupo
Visoko	25	25	50
Nisko	25	25	50
Ukupno	50	50	100

Opažena	M	Ž	Ukupo
Visoko	57	24	81
Nisko	14	5	19
Ukupno	71	29	100

Međutim, na obe varijable imamo očigledno nesrazmernu raspodelu ispitanika po kategorijama. U ovoj situaciji bi očekivane frekvencе za svaku situaciju dobijenu ukrštanjem kategorija dve varijable trebalo izračunati na sledeći način:

Model (očekivanje)	= (total reda x total kolone) / total
Model – visoki muškarci	= $(81 \times 71) / 100 = 57.5$
Model – visoke žene	= $(81 \times 29) / 100 = 23.5$
Model – niski muškarci	= $(19 \times 71) / 100 = 13.5$
Model – niske žene	= $(19 \times 29) / 100 = 5.5$



Ove vrednosti se sada mogu dodati u tabelu kontigencije:

	Muškarci (M)	Žene (Ž)	Total reda
Visoko (V)	57	24	81
Očekivano	57.5	23.5	
Nisko (N)	14	5	19
Očekivano	13.5	5.5	
Total kolone	71	29	

Vrednost χ^2 statistika se izvodi iz formule $\sum \frac{(\text{opaženo} - \text{očekivano})^2}{\text{očekivano}}$

U slučaju gornjih podataka $\chi^2 = 0.0087 + 0.0213 + 0.0370 + 0.0909 = 0.1579$, odnosno $\chi^2 = 0.16$, što ukazuje na minimalno odstupanje očekivanih od opaženih frekvenci, odnosno govori o odsustvu povezanosti pola i visine.

Validnost

χ^2 testovi su valjni samo onda kada postoji dovoljno veliki uzorak, odnosno kada manje od jedne petine celija tabele kontigencije ima očekivanu vrednost manju od 5, i kada nijedna nema očekivanu vrednost manju od 1.

POKRETANJE ANALIZA

Treba otvoriti fajl pod nazivom "Titanic survival chi square.csv" u kojem se nalaze podaci o preživelima sa Titanika. Baza sadrži podatke o 1309 putnika i članova posade koji su bili ukrcani na brod. Ovi podaci se mogu koristiti kako bi se ispitala povezanost između preživljavanja i drugih varijabli.

Class	survived	name	sex	age
Third	No	Abbing, Mr. Anthony	male	42
Third	No	Abbott, Master. Eugene Joseph	male	13
Third	No	Abbott, Mr. Rossmore Edward	male	16
Third	Yes	Abbott, Mrs. Stanton (Rosa Hunt)	female	35
Third	Yes	Abelseth, Miss. Karen Marie	female	16
Third	Yes	Abelseth, Mr. Olaus Jorgensen	male	25
Second	No	Abelson, Mr. Samuel	male	30
Second	Yes	Abelson, Mrs. Samuel (Hannah Wizosky)	female	28
Third	Yes	Abrahamsson, Mr. Abraham August Johannes	male	20
Third	Yes	Abrahim, Mrs. Joseph (Sophie Halaut Easu)	female	18
Third	No	Adahl, Mr. Mauritz Nils Martin	male	30
Third	No	Adams, Mr. John	male	26



Treba pokrenuti **Frequencies > Contingency Tables**. Prema nepisanom pravilu, nezavisne varijable se stavljaju u kolone, a zavisne u redove tabele kontigencije. U skladu sa tim varijablu *survived* treba uključiti kao zavisnu, a varijablu *sex* kao nezavisnu varijablu.

Pored toga, treba označiti sledeće opcije:

The screenshot shows the JASP software interface with the following settings:

- Statistics:**
 - χ^2
 - χ^2 continuity correction
 - Likelihood ratio
 - Log odds ratio (2x2 only)
 - Confidence interval 95 %
 - Vovk-Sellke maximum p-ratio
- Nominal:**
 - Contingency coefficient
 - Phi and Cramer's V
- Ordinal:**
 - Gamma
 - Kendall's tau-b
- Cells:**
 - Counts:** Expected
 - Percentages:** Row
 Column
 Total

RAZUMEVANJE ISPISA

Prvo treba pogledati tabelu pod nazivom **Contingency Tables**.

Contingency Tables

		sex		
		female	male	Total
survived				
No	Count	127.0	682.0	809.0
	Expected count	288.0	521.0	809.0
	% within row	15.7 %	84.3 %	100.0 %
	% within column	27.3 %	80.9 %	61.8 %
	% of Total	9.7 %	52.1 %	61.8 %
Yes	Count	339.0	161.0	500.0
	Expected count	178.0	322.0	500.0
	% within row	67.8 %	32.2 %	100.0 %
	% within column	72.7 %	19.1 %	38.2 %
	% of Total	25.9 %	12.3 %	38.2 %
Total	Count	466.0	843.0	1309.0
	Expected count	466.0	843.0	1309.0
	% within row	35.6 %	64.4 %	100.0 %
	% within column	100.0 %	100.0 %	100.0 %
	% of Total	35.6 %	64.4 %	100.0 %

Podaci prikazani u okviru ove tabele ukazuju na to da je više muškaraca nego žena poginulo na Titaniku, kao i da je više žena nego muškaraca preživilo. Pitanje je da li je ova povezanost između pola i preživljavanja statistički značajna. Rezultati bivarijantog hi-kvadrat testa su prikazani u narednoj tabeli.



Chi-Squared Tests

	Value	df	p
X ²	365.9	1	< .001
X ² continuity correction	363.6	1	< .001
Likelihood ratio	372.9	1	< .001
N	1309		

Hi-kvadrat statistik ($\chi^2 (1) = 365.9$, $p < .001$) ukazuje na to da postoji značajna povezanost između pola i preživljavanja.

Korekcija za kontinuiranost (eng. χ^2 continuity correction) se koristi onda kada želimo da sprečimo precenjivanje statističke značajnosti u malim bazama podataka i to uglavnom kada bar jedna ćelija tabele kontigencije ima očekivanu vrednost manju od 5. Ipak, treba napomenuti da ova vrsta korekcije može da bude i preterana u smislu da daje isuviše konzervativne rezultate, odnosno da propušta da odbaci nultu hipotezu onda kada bi trebalo to da uradi (greška tipa 2).

Količnik verodostojnosti (eng. likelihood ratio) predstavlja još jednu alternativu Pirsonovom hi-kvadratu. Zasniva se na teoriji maksimalne verodostojnosti (eng. maximum-likelihood). Na velikim uzorcima daje iste rezultate kao Pirson. Preporučuje se upotreba ove mere posebno na malim uzorcima, npr. ispod 30 ispitanika.

Nominal

	Value
Contingency coefficient	0.5
Phi-coefficient	0.5
Cramer's V	0.5

Mere povezanosti između dve nominalne varijable, kao što su fi-koeficijent (samo za tabele kontigencije 2x2) i Kramerovo V (najpopularniji) daju nam informaciju o snazi korelacije, odnosno veličini efekta. Obe vrednosti mogu biti u rasponu od 0 (nema povezanosti) do 1 (savršena povezanost). U ovom slučaju povezanost dve varijable se može smatrati visokom.

Koeficijent kontigencije je zapravo korigovana vrednost fi-koeficijenta i preporučuje se samo onda kada imamo velike tabele kontigencije, 5x5 ili veće.

Veličina efekta ⁴	df	Mali	Srednji	Veliki
Fi i Kramerovo V (samo 2x2)	1	0.10	0.30	0.50
Kramerovo V	2	0.07	0.21	0.35
Kramerovo V	3	0.06	0.17	0.29
Kramerovo V	4	0.05	0.15	0.25
Kramerovo V	5	0.04	0.13	0.22

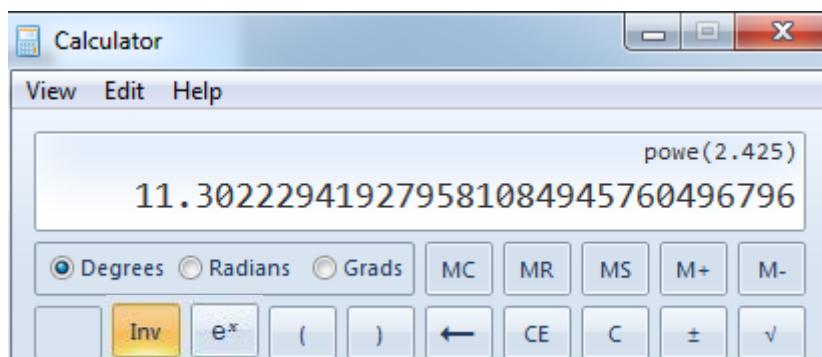
⁴ Kim, H. (2017). Statistical notes for clinical researchers: Chi-squared test and Fisher's exact test. *Restorative Dentistry and Endodontics*, 42(2), 152-155.



Pored toga, JASP daje i informaciju o količniku šansi (OR; eng. odds ratio) koji se koristi kako bi se uporedile relativne šanse javljanja nekog ishoda (npr. preživljavanja) u različitim kategorijama neke druge varijable (u ovom slučaju pola).

Log Odds Ratio ▼			
95% Confidence Intervals			
Log Odds Ratio	Lower	Upper	
Odds ratio	-2.425	-2.692	-2.159
Fisher's exact test	-2.423	-2.701	-2.150

Iz svojih razloga, JASP izražava količnik šansi transformisan prirodnim logaritmom. Kako bismo poništili ovu operaciju, treba izračunati prirodnu antilog vrednost (u Microsoft digitronu, treba uneti broj, a potom kliknuti na *Inv* pa na e^x), koji u ovom slučaju iznosi 11.3. Ovo ukazuje na to da su muškarci imali 11.3 puta veću šansu da poginu na Titaniku u odnosu na žene.



Na koji način se ovo izračunava? Podatke iz tabele kontigencije treba iskoristiti na sledeći način:

$$\begin{array}{llll} \text{Šansa[muškarci]} & = \text{Poginuli}/\text{Preživeli} & = 682/162 & = 4.209 \\ \text{Šansa[žene]} & = \text{Poginuli}/\text{Preživeli} & = 127/339 & = 0.374 \end{array}$$

$$\text{Količnik šansi (OR)} = \text{Šansa[muškarci]} / \text{Šansa[žene]} = 11.3$$

KORAK DALJE

Takođe je moguće dalje razložiti tabelu kontigencije što se može posmatrati kao forma post hoc testiranja tako što će se opažene i očekivane frekvence u svakoj ćeliji pretvoriti u standardizovane reziduale. Ovi podaci mogu da nam ukažu na to da li su opažene i očekivane vrednosti značajno drugačije u svakoj ćeliji.

Standardizovani rezidual predstavlja verziju standardnog z-skora, i računa se po formuli:

$$z = \frac{\text{opaženo} - \text{očekivano}}{\sqrt{\text{očekivano}}}$$



U specijalnom slučaju kada imamo $df = 1$, izračunavanje standardizovanog reziduala uključuje i faktor korekcije:

$$z = \frac{|opaženo - očekivano| - 0.5}{\sqrt{očekivano}}$$

Rezultujuća vrednost z će imati pozitivan predznak ukoliko je opažena frekvenca bila veća od očekivane, a negativan predznak ako je opažena frekvenca bila manja od očekivane. Značajnost z-skora se može iščitati iz donje tabele.

z-skor	p vrednost
<-1.96 ili > 1.96	< .05
<-2.58 ili > 2.58	< .01
<-3.29 ili > 3.29	< .001

Contingency Tables

		sex		Total
survived		female	male	
No	Count	127.0	682.0	809.0
	Expected count	288.0	521.0	809.0
	% within row	15.7 %	84.3 %	100.0 %
	% within column	27.3 %	80.9 %	61.8 %
	% of Total	9.7 %	52.1 %	61.8 %
Yes	Count	339.0	161.0	500.0
	Expected count	178.0	322.0	500.0
	% within row	67.8 %	32.2 %	100.0 %
	% within column	72.7 %	19.1 %	38.2 %
	% of Total	25.9 %	12.3 %	38.2 %
Total	Count	466.0	843.0	1309.0
	Expected count	466.0	843.0	1309.0
	% within row	35.6 %	64.4 %	100.0 %
	% within column	100.0 %	100.0 %	100.0 %
	% of Total	35.6 %	64.4 %	100.0 %

Kada se za svaku ćeliju tabele kontigencije izračunaju z-skorovi može se videti da je statistički značajno manje žena umrlo nego što je očekivano, kao i da se utopilo statistički značajno više muškaraca nego što je očekivano ($ps < .001$).

Žene ne z = -9.5	Muškarci ne z = 7.0
Žene da z = 12.0	Muškarci da z = -8.9



NACRTI ISTRAŽIVANJA I ODGOVARAJUĆI FORMAT PODATAKA U EKSELU ZA UVOZ U JASP

T-test za nezavisne uzorke

Primer nacrtá:

Nezavisna varijabla	Grupa 1	Grupa 2
Zavisna varijabla	Podaci	Podaci

Nezavisna varijabla

Zavisna varijabla

Kategorička

Numerička

	A	B
1	Group	Data
2	1	0
3	1	0
4	1	3.8
5	1	6
6	1	0.7
7	1	2.9
8	1	2.8
9	1	2
10	1	2
11	1	8.5
12	1	1.9
13	1	3.1
14	1	1.5
15	1	3
16	1	3.6
17	1	0.9
18	1	-2.1
19	2	2
20	2	1.7
21	2	4.3
22	2	7
23	2	0.6
24	2	2.7
25	2	3.6

Ukoliko je potrebno, moguće je dodati još zavisnih varijabli.



T-test za zavisne uzorke

Primer nacrt-a:

Nezavisna varijabla	Pre-test	Post-test
Ispitanik	Zavisna varijabla	
1	Podatak	Podatak
2	Podatak	Podatak
3	Podatak	Podatak
..n	Podatak	Podatak

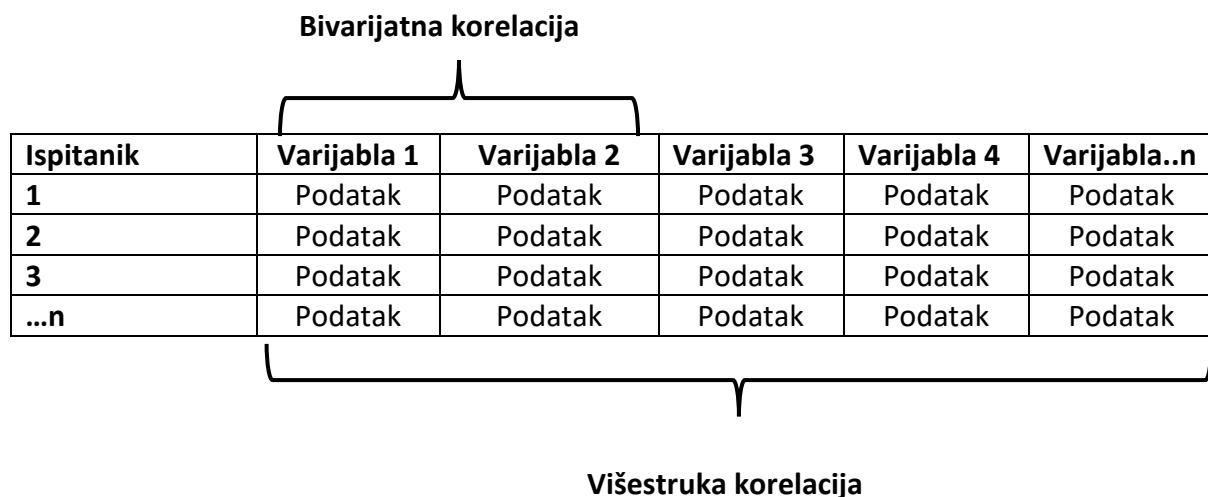
Pre-test Post-test

	A	B
1	Pre-test	Post-test
2	60	60
3	103	103
4	58	54
5	60	54
6	64	63
7	64	61
8	65	62
9	66	64
10	67	65
11	69	61
12	70	68
13	70	67
14	72	71
15	72	69
16	72	68
17	82	81
18	58	60
19	58	56
20	59	57
21	61	57
22	62	55
23	63	62
24	63	60
25	63	59



Korelacija

Primer nacrt-a:



	A	B	C	D	E	F
1	Participant	Variable 1	Variable 2	Variable 3	Variable 4	Variable 5
2	1	533	77	77	106	106
3	2	472	63	59	92	93
4	3	484	82	77	93	78
5	4	536	72	72	103	93
6	5	630	77	68	104	93
7	6	563	68	68	101	87
8	7	531	77	82	108	106
9	8	344	50	50	86	92
10	9	346	54	50	90	86
11	10	386	59	54	85	80
12	11	460	54	63	89	83
13	12	492	63	59	92	94



Regresija

Primer nacrt-a:

Jednostruka regresija

Ispitanik	Kriterijum	Prediktor 1	Prediktor 2	Prediktor 3	Prediktor..n
1	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak
2	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak
3	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak
...n	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak

Višestruka regresija

	A	B	C	D	E	F
1	Participant	Outcome	Predictor 1	Predictor 2	Predictor 3	Predictor 4
2	1	533	77	77	106	106
3	2	472	63	59	92	93
4	3	484	82	77	93	78
5	4	536	72	72	103	93
6	5	630	77	68	104	93
7	6	563	68	68	101	87
8	7	531	77	82	108	106
9	8	344	50	50	86	92
10	9	346	54	50	90	86
11	10	386	59	54	85	80
12	11	460	54	63	89	83
13	12	492	63	59	92	94



Logistička regresija

Primer nacrt:

	Zavisna varijabla (kategorička)	Faktor (kategorička)	Kovarijat (numerička)
Ispitanik	Kriterijum	Prediktor 1	Prediktor 2
1	Podatak	Podatak	Podatak
2	Podatak	Podatak	Podatak
3	Podatak	Podatak	Podatak
...n	Podatak	Podatak	Podatak

	A	B	C	D
1	ID	Outcome	Factor	Covariate
2	1	Yes	Yes	70
3	2	Yes	No	80
4	3	Yes	Yes	50
5	4	Yes	No	60
6	5	Yes	No	40
7	6	Yes	No	65
8	7	Yes	No	75
9	8	Yes	No	80
10	9	Yes	No	70
11	10	Yes	No	60
12	11	No	Yes	65
13	12	No	Yes	50
14	13	No	Yes	45
15	14	No	Yes	35
16	15	No	Yes	40
17	16	No	Yes	50
18	17	No	No	55
19	17	Yes	No	65
20	18	No	Yes	45

Može se dodati još faktora i kovarijata.



Jednofaktorska ANOVA za nezavisne grupe

Primer nacrt-a:

Nezavisna varijabla	Grupa 1	Grupa 2	Grupa 3	Grupa...n
Zavisna varijabla	Podaci	Podaci	Podaci	Podaci

Nezavisna varijabla

(Kategorička)

Zavisna varijabla

(Numerička)

	A	B
1	Group	Dependent variable
2	Group 1	3.8
3	Group 1	6
4	Group 1	0.7
5	Group 1	2.9
6	Group 1	2.8
7	Group 1	2
8	Group 1	2
9	Group 1	3.5
10	Group 2	1.9
11	Group 2	3.1
12	Group 2	1.5
13	Group 2	3
14	Group 2	3.6
15	Group 2	0.9
16	Group 2	-0.6
17	Group 3	1.1
18	Group 3	4.5
19	Group 3	6.1
20	Group 3	5
21	Group 3	2.4
22	Group 3	3.9
23	Group 3	3.5
24	Group 3	5.1
25	Group 3	3.5

Po potrebi, moguće je dodati još zavisnih varijabli.



Jednofaktorska ANOVA za ponovljena merenja

Primer nacrt-a:

Ispitanik	Nezavisna varijabla (faktor)			
	Nivo 1	Nivo 2	Nivo 3	Nivo..n
1	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak
2	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak
3	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak
4	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak
...n	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak

Faktor (vreme)

Nivoi
(Zavisne grupe)

	A	B	C	D
1	Participant	Week 0	Week 3	Week 6
2	1	6.42	5.83	5.75
3	2	6.76	6.2	6.13
4	3	6.56	5.83	5.71
5	4	4.8	4.27	4.15
6	5	8.43	7.71	7.67
7	6	7.49	7.12	7.05
8	7	8.05	7.25	7.1
9	8	5.05	4.63	4.67
10	9	5.77	5.31	5.33
11	10	3.91	3.7	3.66
12	11	6.77	6.15	5.96
13	12	6.44	5.59	5.64
14	13	6.17	5.56	5.51
15	14	7.67	7.11	6.96
16	15	7.34	6.84	6.82
17	16	6.85	6.4	6.29
18	17	5.13	4.52	4.45
19	18	5.73	5.13	5.17

Po potrebi se može dodati još nivoa.



Dvofaktorska ANOVA za neponovljena merenja

Primer nacrt:

Faktor 1	Suplement 1			Suplement 2		
Faktor 2	Doza 1	Doza 2	Doza 3	Doza 1	Doza 2	Doza 3
Zavisna varijabla	Podaci	Podaci	Podaci	Podaci	Podaci	Podaci

Faktor 1 Faktor 2 Zavisna varijabla

	A	B	C
1	supp	dose	len
2	OJ	1000	19.7
3	OJ	1000	23.3
4	OJ	1000	23.6
5	OJ	1000	26.4
6	OJ	1000	20
7	OJ	1000	25.2
8	OJ	1000	25.8
9	OJ	1000	21.2
10	OJ	1000	14.5
11	OJ	1000	27.3
12	OJ	2000	25.5
13	OJ	2000	26.4
14	OJ	2000	22.4
15	OJ	2000	24.5
16	OJ	2000	24.8
17	OJ	2000	30.9
18	OJ	2000	26.4
19	OJ	2000	27.3
20	OJ	2000	29.4
21	OJ	2000	23
22	VC	1000	16.5
23	VC	1000	16.5
24	VC	1000	15.2
25	VC	1000	17.3

Po potrebi se može dodati još faktora i zavisnih varijabli.



Dvofaktorska ANOVA za ponovljena merenja

Primer nacrtá:

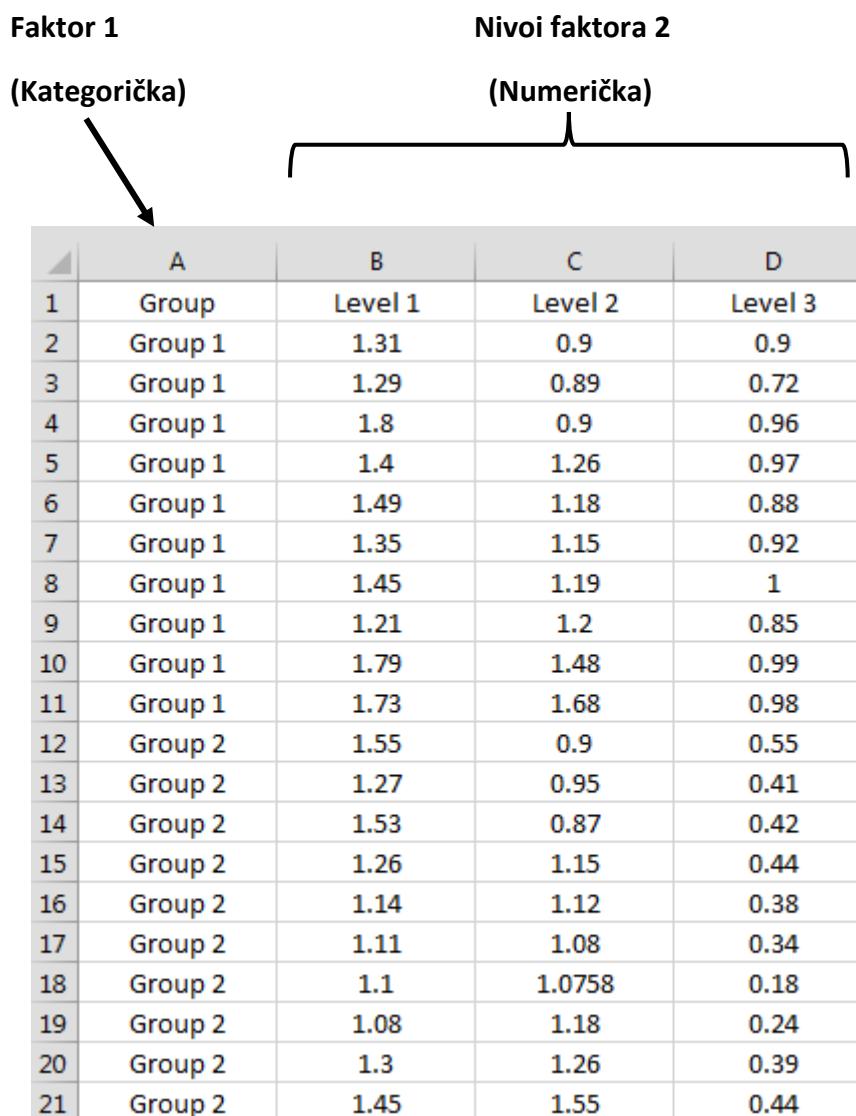


	A	B	C	D	E
1	Subject	Factor 1 level 1	Factor 1 level 2	Factor 2 level 1	Factor 2 level 2
2	A	7.38	6.52	9.27	14.32
3	B	7.71	10.83	11.48	16.38
4	C	6.19	10.42	9.77	15.45
5	D	9.27	11.78	15.45	16.96
6	E	11.41	9.52	11.65	15.64
7	F	5.29	5.82	9.22	13.01
8	G	8.54	9.43	10.92	17.35
9	H	7.89	8.43	8.26	12.57
10	I	5.49	6.64	11.39	14.02
11	J	9.26	9.36	13.03	16.24
12	K	6.9	7.09	9.02	14.7
13	L	8.57	9.64	8.33	13.71



Dvofaktorska mešovita ANOVA

Primer nacrrta:





Hi-kvadrat – Tabele kontigencije

Primer nacrt:

Ispitanik	Odgovor 1	Odgovor 2	Odgovor 3	Odgovor...n
1	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak
2	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak
3	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak
..n	Podatak	Podatak	Podatak	Podatak

Svi podaci treba da budu kategorički

	A	B	C	D	E
1	Respondant	Response 1	Response 2	Response 3	Response 4
2	1	Female	clay	Morning	yes
3	2	Male	astro	Morning	No
4	3	Female	grass	Evening	No
5	4	Male	clay	Afternoon	No
6	5	Male	clay	Morning	No
7	6	Male	grass	Evening	No
8	7	Female	grass	Evening	yes
9	8	Male	clay	Morning	yes
10	9	Female	grass	Morning	No
11	10	Male	clay	Afternoon	No
12	11	Female	clay	Afternoon	No
13	12	Male	astro	Afternoon	No
14	13	Male	astro	Afternoon	No
15	14	Male	astro	Afternoon	yes
16	15	Female	clay	Morning	No
17	16	Male	astro	Afternoon	yes
18	17	Female	astro	Afternoon	yes
19	18	Male	grass	Morning	No
20	19	Male	clay	Afternoon	No



NEKI KONCEPTI FREKVENTISTIČKE STATISTIKE

Frekventistički pristup je najčešće podučavana i korišćena statistička metodologija. Ovaj pristup statističkog zaključivanja izvodi zaključke iz uzoračkih podataka naglašavajući pojmove učestalosti ili proporcije putem kojih se definiše verovatnoća nekog događaja. U poslednje vreme se kao alternativno stanovište sve češće pominje bezijanski pristup, ali on nije tema ovog priručnika.

Frekventistička statistika koristi jasno definisane okvire koji uključuju testiranje hipoteza, p vrednosti, intervale poverenja, itd.

Testiranje hipoteza

Hipoteza se može definisati kao pretpostavka ili predloženo objašnjenje koje se zasniva na ograničenim dokazima i koje služi kao početna tačka za dalje istraživanje.

Postoje dva jednostavna tipa hipoteza, nulta hipoteza (H_0) i alternativna ili eksperimentalna hipoteza (H_1). Većina statističkih tehniki zapravo testira nultu hipotezu kojom se tvrdi da ne postoji povezanost varijabli ili da ne postoji razlika između grupa. Alternativna hipoteza tvrdi da povezanost varijabli ili razlika između grupa ima određeni smer. Na primer, ako je istraživanje sprovedeno sa ciljem da istraži efekte suplementacije na brzinu trčanja u jednoj grupi ispitanika u odnosu na placebo grupu:

H_0 = Ne postoji razlika u brzini trčanja između dve grupe,

H_1 = Grupa 1 je brža od grupe 2,

H_2 = Grupa 2 je brža od grupe 1.

Testiranje hipoteza se odnosi na striktno definisane procedure koje se koriste kako bi se prihvatile ili odbacile hipoteza na osnovu informacije o verovatnoći da je dobijeni rezultat posledica delovanja slučaja. Stepen poverenja sa kojim se nulta hipoteza odbacuje ili prihvata zove se nivo značajnosti. Nivo značajnosti se često označava sa α i uglavnom postavlja na 0.05 (5%). Na ovom nivou postoji visoka verovatnoća da smo ispravno detektovali efekat (95%), ali postoji 5% verovatnoće da je registrovani efekat proizvod slučajnosti.

Različiti tipovi hipoteza se mogu odabrati u JASP-u, ali je nulta hipoteza uvek polazna opcija.

Hypothesis

Group 1 \neq Group 2
 Group 1 $>$ Group 2
 Group 1 $<$ Group 2



Greška tipa 1 i greška tipa 2

Verovatnoća da napravimo grešku *odbacujući ispravnu* nultu hipotezu tiče se greške tipa 1, dok se verovatnoća da *prihvativmo neispravnu* nultu hipotezu tiče greške tipa 2.

		Istina	
		Nije kriv (H_0)	Kriv (H_1)
Odluka	Kriv (H_1)	Greška tipa 1 Nevina osoba ide u zatvor	Ispravna odluka
	Nije kriv (H_0)	Ispravna odluka	Greška tipa 2 Kriva osoba ne ide u zatvor

Greška tipa 1 se smatra gorom vrstom greške u statističkim analizama.

Snaga testa (eng. statistical power) se definiše kao verovatnoća datog statističkog testa da odbaci nultu hipotezu onda kada je alternativna hipoteza istinita. Za dati nivo značajnosti, kako raste veličina uzorka tako opada verovatnoća greške tipa 2, što dovodi do uvećanja snage testa.

Testiranje hipoteza

Prilikom testiranja statističkih hipoteza najpre se definiše nulta (ili alternativna hipoteza), potom se postavi nivo značajnosti α , uglavnom na 0.05 (5%), te se prikupljaju i analiziraju uzorački podaci. Potom se koristi test statistik kako bi se odredilo koliko je (koliko standardnih devijacija) uzorački prosek udaljen u odnosu na populacioni prosek koji je dat u nultoj hipotezi. Testni statistik se potom poređi sa kritičnom vrednošću. Ova vrednost definiše granicu unutar koje slučajno može da se nađe manje od 5% uzoračkih proseka onda kada je nulta hipoteza tačna.

Ukoliko je verovatnoća slučajnog dobijanja razlike između proseka manja od 5% u uslovima definisanim nultom hipotezom, onda se nulta hipoteza odbacuje i usvaja se alternativna.

P-vrednost je verovatnoća dobijanja datog rezultata pod pretpostavkom da je vrednost sadržana u nultoj hipotezi istinita. Ukoliko je p-vrednost manja od 5% ($p < .05$), onda se nulta hipoteza odbacuje. Kada je p-vrednost veća od 5% ($p > .05$), ne odbacujemo nultu hipotezu.

Veličina efekta

Veličina efekta je standardna mera koja se može izračunati u brojnim statističkim analizama. Ukoliko je nulta hipoteza odbačena, rezultat je značajan. Značajnost nam samo govori o verovatnoći slučajnog dobijanja datog rezultata, ali nam ne govori o tome koliko je velika razlika (praktična značajnost), niti se može koristiti kada želimo da poredimo rezultate različitih studija.



Veličina efekta govori o veličini razlike između grupa, ili o snazi povezanosti između varijabli. Na primer, ukoliko postoji značajno poboljšanje u brzini na 100m u grupi koja je dobila suplement u poređenju sa kontrolnom grupom, onda veličina efekta ukazuje na to koliko je efektivna ova intervencija bila.

Neke od uobičenih mera veličine efekta prikazane su u donjoj tabeli.

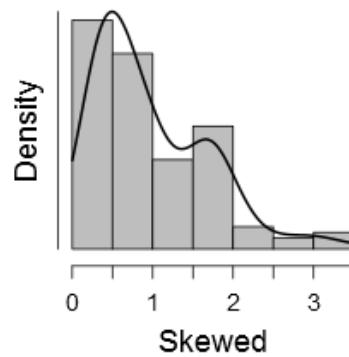
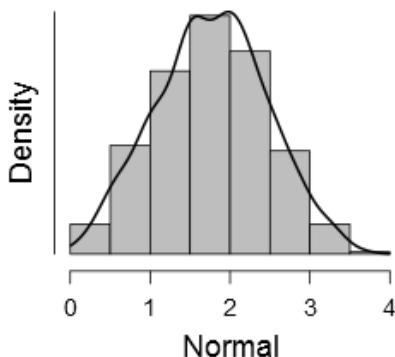
Test	Mera	Trivijalni	Mali	Srednji	Veliki
Razlika između grupa	Koenovo d	< 0.2	0.2	0.5	0.8
Korelacija	Koeficijent korelacije (r)	< 0.1	0.1	0.3	0.5
	Rang-biserijalna korelacija (r_B)	< 0.1	0.1	0.3	0.5
	Spirmanovo ρ	< 0.1	0.1	0.3	0.5
Višestruka regresija	Koeficijent multiple korelacije (R)	< 0.1	0.1	0.3	0.5
ANOVA	Eta kvadrat (η^2)	< 0.1	0.1	0.25	0.37
	Parcijalni eta kvadrat (η_p^2)	< 0.01	0.01	0.06	0.14
	Omega kvadrat (ω^2)	< 0.01	0.01	0.06	0.14
Hi-kvadrat	Fi-koeficijent (samo 2x2)	< 0.1	0.1	0.3	0.5
	Kramerovo V	< 0.1	0.1	0.3	0.5
	Količnik šansi (samo 2x2)	< 1.5	1.5	3.5	9.0

Na malim uzorcima se može desiti i da efekti koji su srednji ili veliki po svojoj jačini ne budu statistički značajni. Ovo uglavnom ukazuje na nedostatak statističke snage, te se preporučuje povećanje veličine uzorka. Nasuprot tome, kada imamo podatke na velikom broju ispitanika, informacija o statističkoj značajnosti može biti od male koristi zbog toga što čak i mali i trivijalni efekti mogu proizvesti statistički značajnu razliku.

PARAMETRIJSKO NASUPROT NEPARAMETRIJSKOM TESTIRANJU

Većina istraživača prikuplja podatke na uzorku izvučenom iz populacije uglavnom zbog toga što nije moguće ispitati celokupnu populaciju. Međutim, i onda kada ispitujemo uzorak nas zapravo zanima populacija, odnosno na osnovu uzoračkih mera proseka, standardne devijacije, proporcije (ove mere zovemo statisticima) želimo da saznamo nešto o istim tim merama u populaciji (ove mere zovemo parametrima). Parametrijska statistika zahteva ispunjenost određenih prepostavki kao što su normalnost raspodele i homogenost varijansi.

U nekim slučajevima su ove prepostavke narušene i tada imamo posla sa podacima koji su primetno zakrivljeni:





Ponekad se situacija može rešiti transformisanjem podataka, ali to nije uvek slučaj.

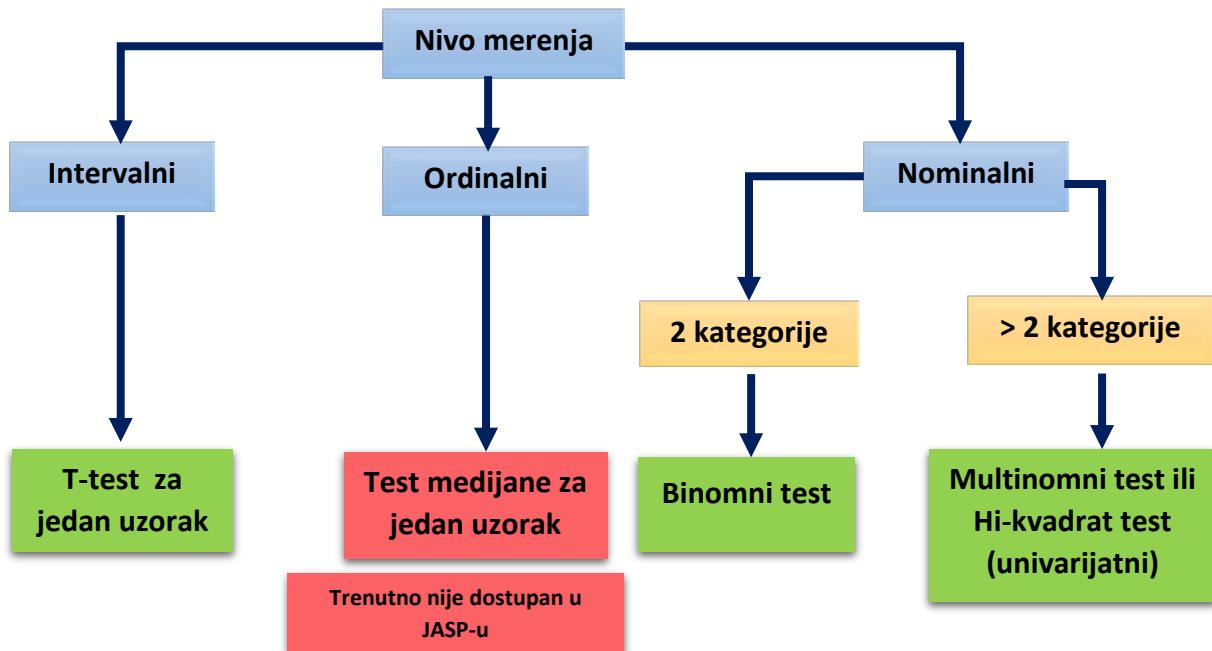
Takođe se često dešava da istraživači prikupe ordinalne podatke za koje se ne preporučuje upotreba proseka i standardne devijacije. Treba imati u vidu da ne postoje parametri koji su povezani sa ordinalnim (neparametrijskim) podacima, već da se u tom slučaju koriste neparametrijski parnjaci koji uključuju medijanu i kvartile.

Pored toga, za svaki parametrijski test postoji njegov neparametrijski ekvivalent. Ovi testovi ne podrazumevaju normalnu raspodelu podataka i ne prepostavljaju postojanje populacionih parametara već se zasnivaju na sortiranju podataka nad kojim se potom izvode dalje računske operacije.

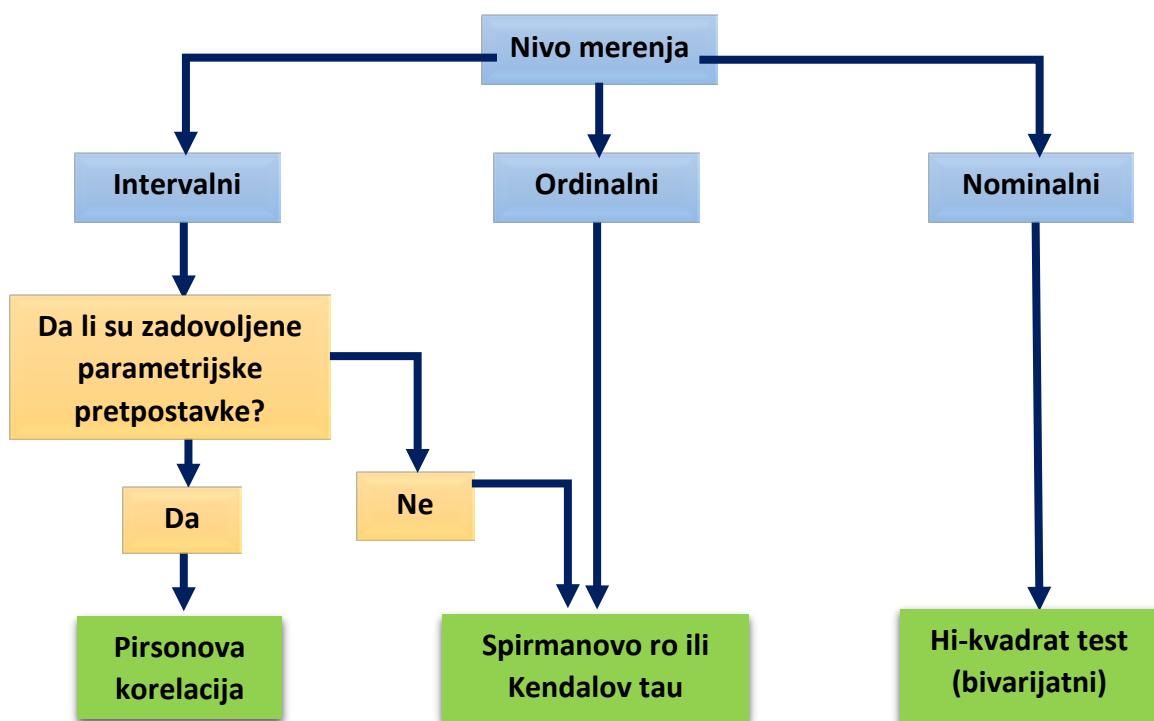


KOJI TEST TREBA KORISTITI?

Poređenje jednog uzorka sa poznatim ili prepostavljenim populacionim prosekom

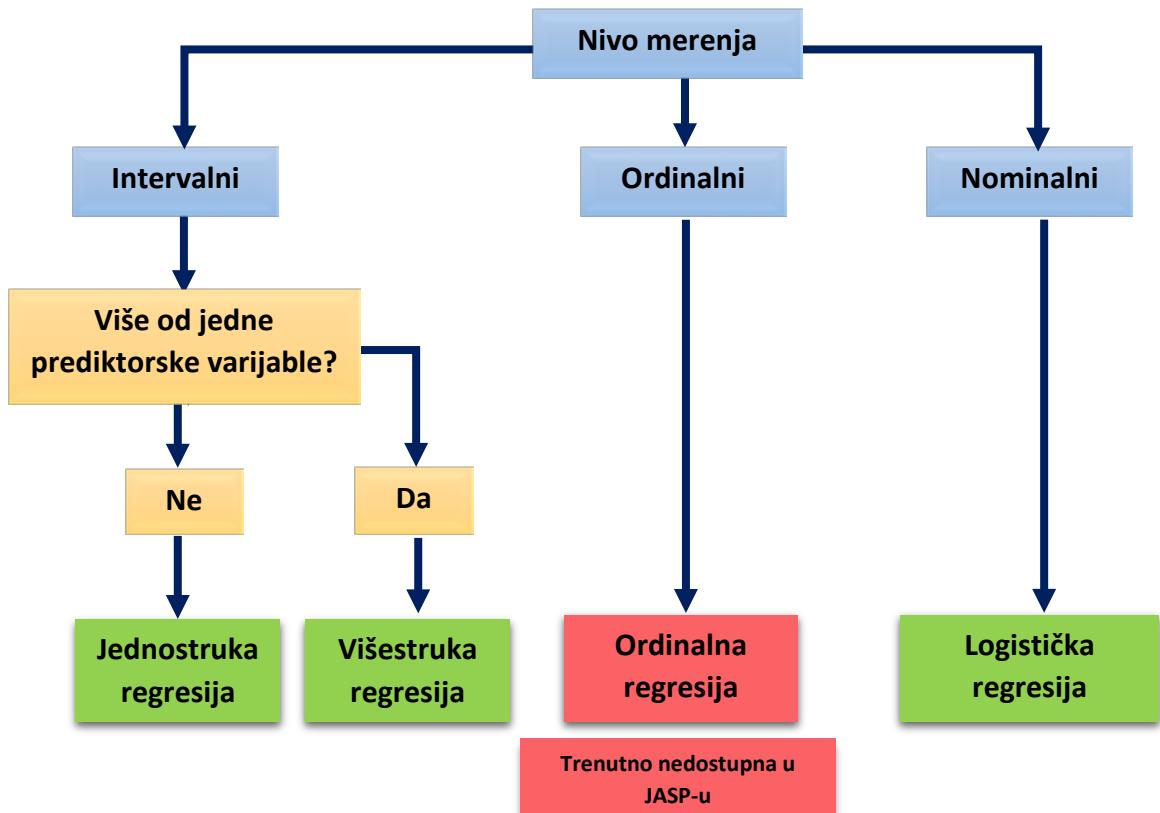


Ispitivanje povezanosti između dve ili više varijabli

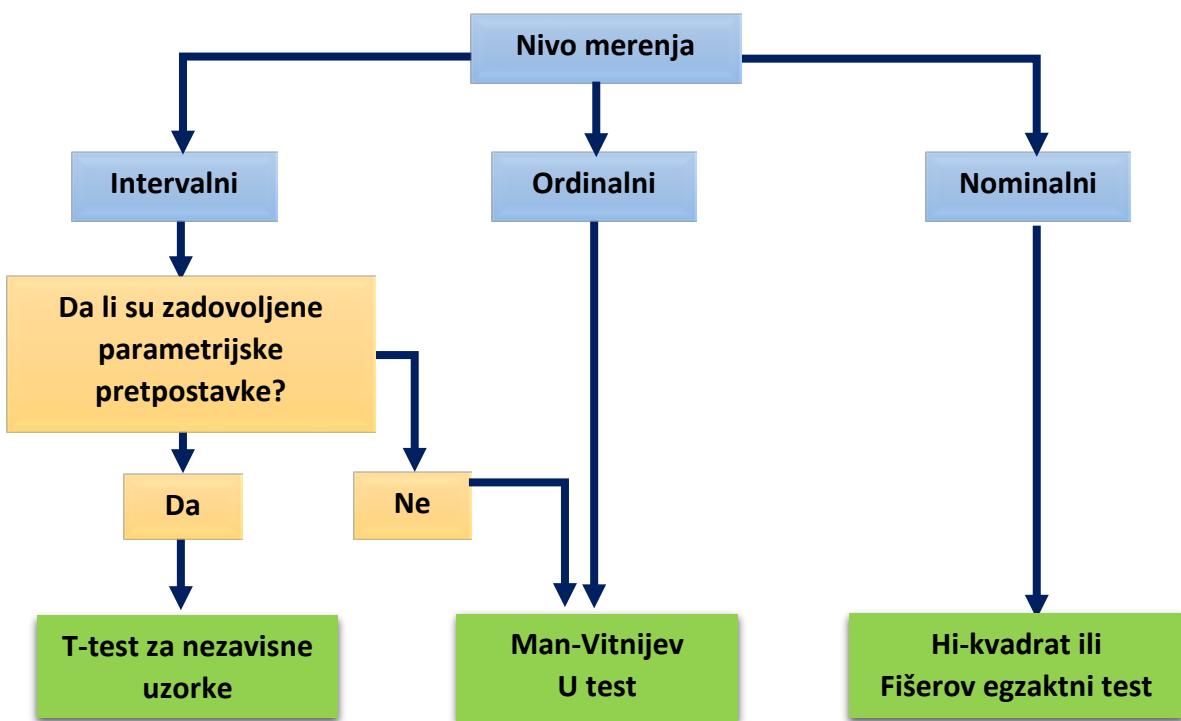




Predviđanje ishoda

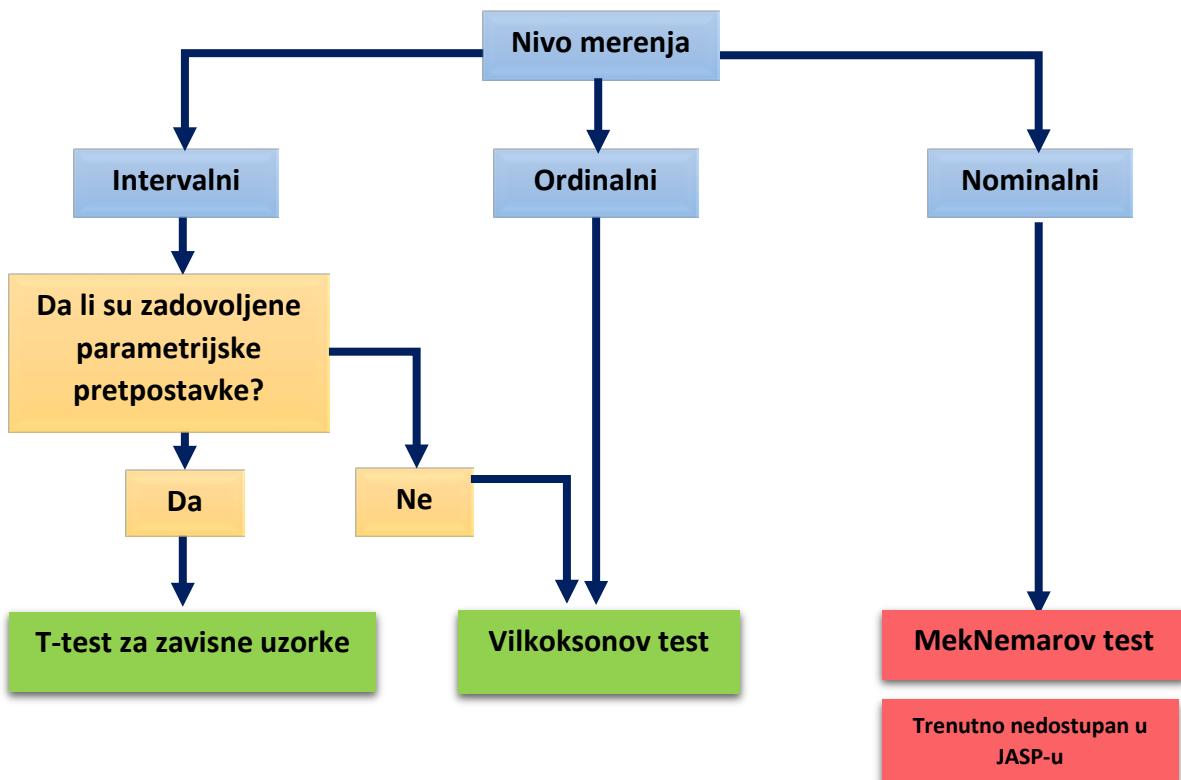


Testiranje razlika između dve nezavisne grupe

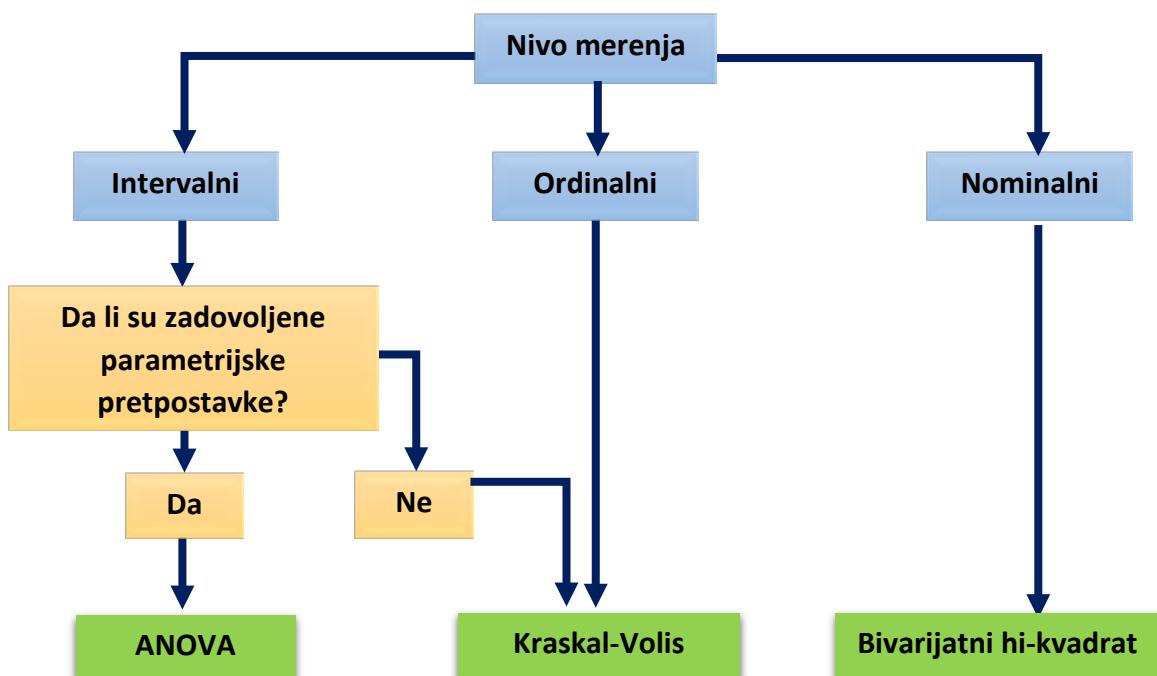




Testiranje razlike između dve povezane grupe

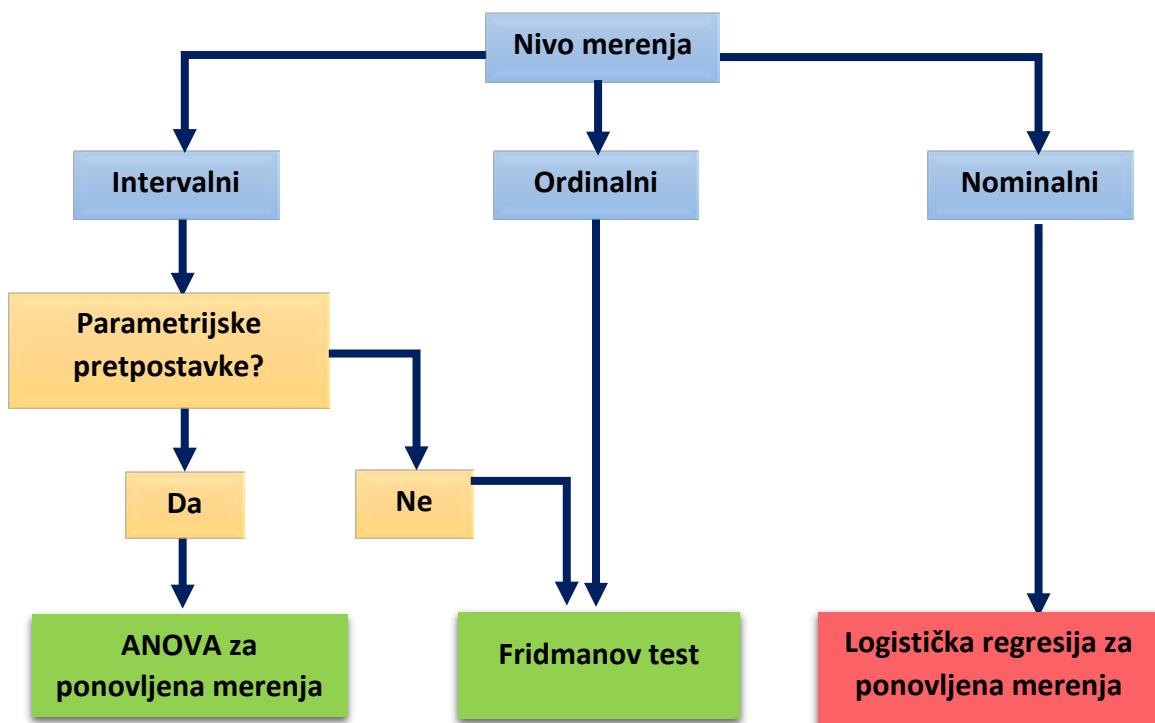


Testiranje razlike između tri ili više nezavisnih grupa





Testiranje razlika između tri ili više povezanih grupa



Test interakcije između dve ili više nezavisnih varijabli

